

AIF, Bologna, 22/02/2008

L'insegnamento della Meccanica Quantistica tra problemi interpretativi e difficoltà degli studenti

Paola Fantini¹, Olivia Levrini²

*¹Liceo Scientifico "A. Einstein", Rimini,
SSIS, Università di Bologna*

²Dipartimento di Fisica, Università di Bologna

Il problema dell'insegnamento della Meccanica Quantistica:

- difficoltà degli studenti note nella ricerca in Didattica della Fisica;
- criteri per la progettazione di percorsi didattici;
- percorso realizzato in classi V del Liceo Scientifico "A. Einstein" di Rimini (prof.ssa Paola Fantini);
- alcuni risultati delle sperimentazioni.

Difficoltà degli studenti incontrate lungo e alla fine un percorso tradizionale (da libro di testo) percorso di Meccanica quantistica

Da F. Tarozzi*, 2005

“Non è possibile che una particella sia contemporaneamente in due punti distinti e riesca ad interferire con se stessa, o è a destra o è a sinistra.” (M.)

“Ma ci sarà qualcosa che passa attraverso le due fenditure, o un quanto enorme, o un quanto spaccato a metà.” (A.)

“Quello che non riesco a capire è, anche se io non riesco a vederlo ci sarà qualcosa che si muove, che ha un certo comportamento, che so che si trova a destra o a sinistra. Invece sembra di no!” (C.)

*“[...] era tutto così chiaro fino a prima che ora sono confuso... ma è possibile che cambino le leggi solo perché faccio un cambio la scala? Forse si deve aspettare che arrivi un altro Newton che faccia rientrare tutto in un'unica legge, come per la gravità”
(M.)*

“Secondo me qui bisogna che gli scienziati si diano una mossa, perché non hanno ancora scoperto tutto. Per ora hanno creato solo una grande confusione, manca qualcosa, questa è l'unica spiegazione, che ancora dobbiamo scoprire per riuscire a spiegare quello che succede” (T.)

“Students, in their effort to reconcile the features of the analogue structure (classical physics) with those of the target (quantum mechanics), ***tend to assimilate the newly considered quantum mechanical concepts into categories and modes of thinking that are deeply rooted into classical physics worldview***” (Hadzidaki, 2006).

- Mashaldi, 1996;
- Seifert & Fischler, 1999;
- Ireson, 1999
- Kalkanis, Hadzidaki & Stavrou, 2003
- Giliberti, 2006...

Il problematico passaggio da una visione classica ad una visione quantistica

Come problematizzare la tendenza a far ricorso a categorie (e immagini) classiche?

Come far superare tanto scetticismo, tanta insicurezza?

Verso il nocciolo del/i problema/i...

La comprensione della fisica moderna (più della fisica classica?) implica:

- la rinuncia ad alcuni strumenti ritenuti solitamente efficaci (es. immagini);
- l'acquisizione di strumenti formali raffinati per la comprensione di concetti peculiari;
- la necessità di un cambiamento radicale non solo dei modi di guardare ai fenomeni reali, ma anche – e soprattutto – dei modi di accettare come fisici i mondi simbolici costruiti.

La necessità di rivedere le categorie esplicative accettate indiscutibili fino all'inizio del XX sec: ***principio di causalità, determinismo, principio di non-contraddizione, separabilità dell'oggetto***, ecc.

La necessità di guidare gli studenti a rivedere radicalmente i fondamenti stessi della fisica e a costruire criteri per l'accettazione della MQ come una "teoria fisica".

Per di più:

Il “garbuglio” tra le tante interpretazioni che si confrontano a livello di ricerca sui fondamenti

Quale/i interpretazione/i della teoria scegliere?

E' opportuno presentare aspetti che sono stati e/o sono tuttora oggetto di dibattito? Se sì, quali?

**DAI RISULTATI DI RICERCA ALLA
COSTRUZIONE DI CRITERI DI
PROGETTAZIONE DI PERCORSI DIDATTICI**

Forme di complessità inevitabili

La necessità di progettare un percorso che:

- mostri la **drammaticità** del passaggio dalla fisica classica alla fisica moderna (mostrando, ad esempio, l'esistenza di una **pluralità di interpretazioni** al riguardo);
- si snodi su una **pluralità di piani** (fenomenologico, concettuale-formale, epistemologico) [**percorso spesso**, Guidoni);
- fornisca una **molteplicità di strumenti** culturali, linguistici e concettuali per gestire consapevolmente la conoscenza che si sta costruendo e rivedere la conoscenza già posseduta.

La complessità della fisica:

fattore demotivante

o

caratteristica intrinseca del pensiero?

complessità e non complicazione

*(Zanarini G., *Complessità come modo di pensare il mondo*, 1996)*

La sfida

La complessità della fisica
come *prospettiva culturale e strategia didattica*

Presentare la fisica come una importante conquista del pensiero umano, intrinsecamente complessa, per:

- aiutare gli studenti a superare le difficoltà note in letteratura di ricerca;
- aprire una pluralità di canali di comunicazione;
- “alzare il tiro” (la trasformazione delle difficoltà in sfide culturali).

Alcuni criteri di progettazione dei percorsi

Filo conduttore forte:

esplicito e orientante ma problematico

L'ancoraggio a domande primarie di conoscenza:

- (Quale contributo fornisce la relatività al dibattito sui concetti di **spazio** e **tempo**?)
- Come cambia l'**oggetto** nel passaggio dalla fisica classica alla fisica quantistica?

I dibattiti scientifici

Sottolineare la portata dirompente di principi a volte troppo semplici da enunciare o di “*formulette – in sé piuttosto aride e arcane – che si è imparato a recitare sui libri del Liceo, dal nome fastidiosamente indimenticabile*” (M. Cattaneo)

- l’invarianza di “c”
- il “principio di indeterminazione”

la “crisi”

- dei concetti di spazio e il tempo
- del concetto di oggetto

Potenzialità didattiche e culturali dei dibattiti

- Affrontare i nodi concettuali da diverse prospettive;
- Mostrare la fisica come “disciplina polifonica” e intrinsecamente problematica;
- Educare alla “controversia scientifica” e all’argomentazione scientifica (il nocciolo oggettivo e gli spazi di negoziazione).

Un'ipotesi di percorso di introduzione alla meccanica quantistica

Sperimentato in 3 classi V del Liceo A. Einstein di
Rimini (AA.SS. 2004-2005; 2005-2006)

Durata del percorso: circa 25 ore

Una struttura di organizzazione della conoscenza
multidimensionale



Favorire un ambiente di apprendimento in cui i significati dei concetti emergano in un'interazione dinamica tra aspetti fenomenologici, logico-formali e epistemologici.

Progressiva riformulazione della domanda portante

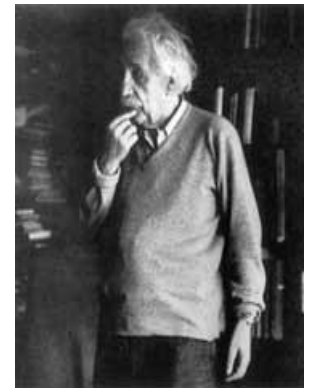
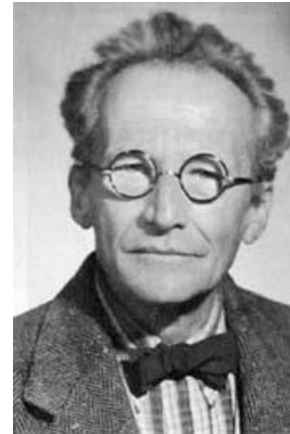
“Come cambia l’**oggetto** nel passaggio dalla fisica classica alla fisica quantistica?”

Due parti:

- La ricerca di significato attraverso un approccio storico-epistemologico
- La ricerca di significato attraverso un formalismo minimale possibile

I parte

la problematica ricerca del significato....



I fase

Alcuni “fatti” sul tappeto: la “vecchia meccanica quantistica” (1900 al 1927)

Corpo nero: $E=h\nu$ (1900)

Effetto fotoelettrico (1905) ed effetto Compton (1923):
il comportamento corpuscolare della luce

Il problema della stabilità atomica e i modelli atomici di Bohr (1913) e Sommerfeld (1915)

Relazioni di De Broglie (1924) e il comportamento ondulatorio delle particelle (Davisson e Germer, 1927)

...

La necessità di ripensare all'oggetto fisico

Obiettivi:

1. Introdurre gli studenti verso una progressiva acquisizione di consapevolezza che, se le categorie di pensiero sono soltanto quelle classiche, la domanda *“come cambia il concetto di oggetto nel passaggio dalla fisica classica alla fisica moderna”* non può che essere formulata in questi termini:

“che cosa *non* è l'oggetto quantistico?”

(non è un'onda, non è un corpuscolo, ma “qualcosa” che unifica radiazione e materia e che interagisce scambiando quantità discrete di energia e quantità di moto)

2. Guidare gli studenti a cogliere la necessità di riformulare la domanda “che cos’è l’oggetto quantistico” in modo tale da renderla “ben posta”.

Questo implica, ad esempio, una sua articolazione su **diversi piani**:

- A. Quale tipo di comportamento si considera nel pensare all’oggetto? (**piano fenomenologico**)
- B. Quale tipo di strumento interpretativo occorre rivedere e/o costruirsi? (**piano simbolico-formale**)
- C. Su quali assunti si basano tali strumenti? Qual è la loro natura (fisica o meta-fisica)? (**piano epistemologico**)

Il fase

Dall'analisi di dibattiti “storici” alla costituzione della “Meccanica Quantistica”

- Il dibattito tra Heisenberg e Bohr sulla interpretazione del principio di indeterminazione
- Il dibattito tra Bohr e Einstein sul determinismo e il difficile rapporto tra conoscenza e realtà
- Il dibattito tra Heisenberg e Schroedinger sul problema della visualizzazione dell'oggetto quantistico

L'analisi dei dibattiti “storici” è stata condotta in modo da far emergere:

- i ***comportamenti*** tipicamente quantistici (domande di tipo A)
- l'inadeguatezza degli ***strumenti interpretativi*** classici (domande di tipo B)

Le domande di tipo C “*quali assunti epistemologici stanno alla base del modello di oggetto?*” attraversano tutta questa seconda fase e aiutano nella ricerca delle risposte alle domande A e B

Il principio di indeterminazione

Werner Heisenberg (1901, 1976)



Marzo 1927: "Sul contenuto osservabile della cinematica e della meccanica quantistiche"

UNIVERSITETS INSTITUTET
FOR
THEORETISK FYSIK.

III

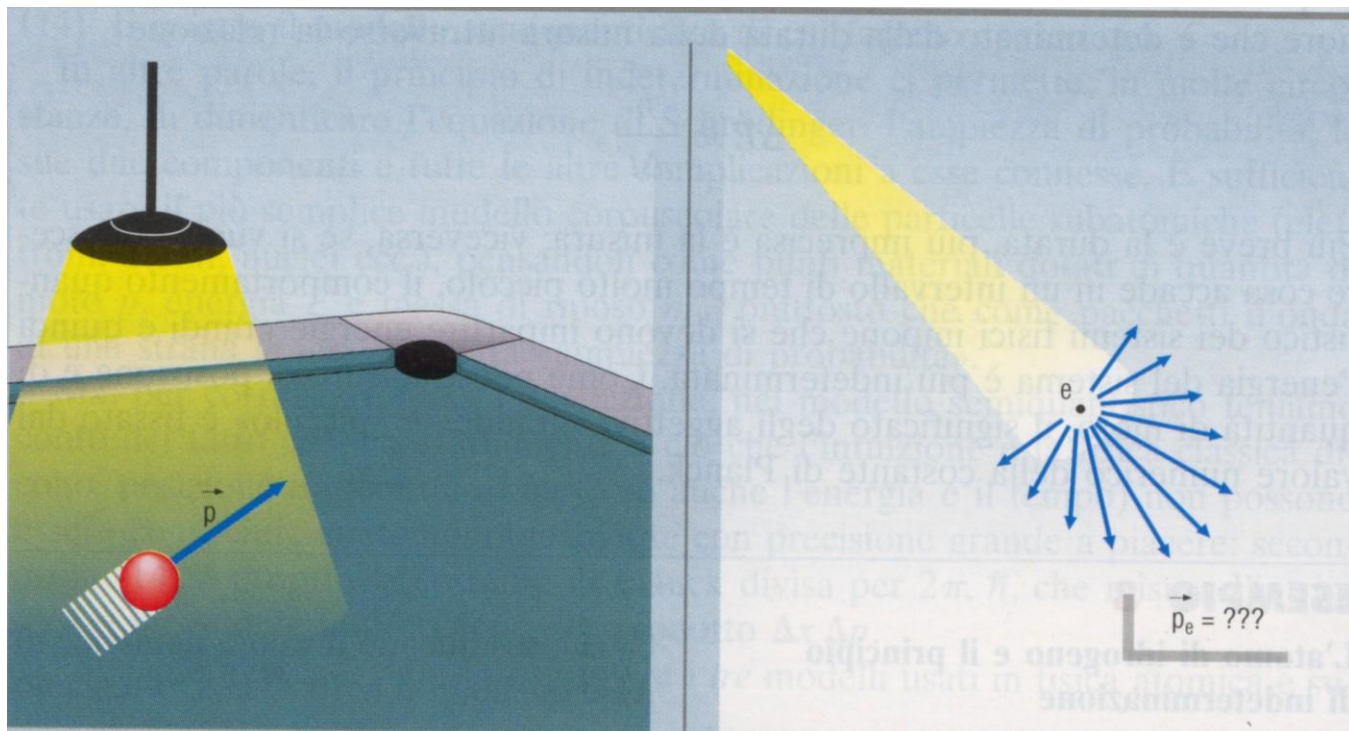
(denominat konjugierte
 kann die Koordinate q auf einer Linie q nur mit
 einer Genauigkeit angegeben werden, die durch den
 ungleichen Fehler $\Delta q \approx \frac{h}{2\pi p}$ ist. Daraus wird es
 bestimmt, dass mit dies nach einer Jordan und
 so fassen. In sei (q, p) eine beliebige Ortzeit-
 angabe für q für einen gewissen Parameterwert q_0 ,
 dann dass (q, p) nur im Bereich $q_0 - \Delta q < q < q_0 + \Delta q$
 von Null unterschied verschieden ist, denn wir ist $(\frac{h}{2\pi p} = \Delta q)$
 $(q, p) = \int (q, p) e^{i\frac{h}{2\pi} \frac{(q-p_0)}{h}} dq$ für ist $(p, q) = e^{i\frac{h}{2\pi} \frac{(p-p_0)}{h}}$
 nur mittels verschieden, wie man von dieser gl. ablesen
 wenn $(p-p_0) \gg \frac{h}{2\pi}$ von mehr höherer Größenordnung ist
 ist. d. h. $p_0 = \frac{h}{2\pi \Delta q}$, (p, q) wird nur zwischen
 $p_0 - \Delta p < p < p_0 + \Delta p$ mittels von Null verschieden.

Esperimento mentale: microscopio a raggi γ

Microscopio ad altissima risoluzione che utilizza, per “illuminare” l’oggetto, radiazione di lunghezza d’onda molto piccola

Dal libro di testo “U.Amaldi”

Per “vedere” una particella dobbiamo fare in modo che essa diffonda la “luce” che incide su di essa in maniera che una parte della “luce” diffusa giunga ai nostri occhi o agli strumenti di rivelazione. Per fare ciò è necessario che la lunghezza d’onda della luce utilizzata sia al più delle dimensioni dell’oggetto che si vuole “vedere”.



[...] ma i fotoni che compongono un fascio di luce di piccola lunghezza d'onda [...] sono molto energetici e interagiscono con le particelle materiali producendo l'effetto Compton.

In definitiva la particella che noi riusciamo a vedere, perché urtata da un fotone che poi è giunto fino al nostro rivelatore, ha subito un urto che l'ha accelerata in modo casuale. Dopo la misura possiamo quindi sapere qual è la sua posizione, ma nello stesso tempo abbiamo perduto ogni possibilità di determinare con precisione la quantità di moto.

E' interessante notare che si vuole diminuire l'indeterminazione Δx sulla posizione, utilizzando luce di lunghezza d'onda minore, aumenta l'energia dei fotoni incidenti e, di conseguenza aumenta l'indeterminazione sulla quantità di moto della particella.

“Al momento della determinazione della posizione dell’elettrone, quando il quanto di luce è diffuso, cambia la quantità di moto ***in modo discontinuo***. Questo cambiamento è tanto maggiore quanto minore è la lunghezza d’onda della luce cioè quanto maggiore è la precisione nel determinare la posizione. Quindi, nel momento in cui si sta determinando la posizione dell’elettrone la quantità di moto può essere conosciuta solo entro un valore che corrisponde al ***cambiamento discontinuo***; allora, ***più esattamente si determina la posizione, tanto più imprecisa sarà, nello stesso istante, la determinazione della velocità e viceversa***”

Heisenberg, 1927

Dall'esperimento ideale di Heisenberg ...

- Indeterminazione come “disturbo” o “perturbazione”
- L'esperimento è interpretato considerando la natura discreta del mondo microscopico

“... in certo senso cessa di essere valida la legge di causalità”

“Nella formulazione rigorosa della legge causale - **se conosciamo il presente possiamo calcolare il futuro** - non è la conclusione ad essere sbagliata bensì la premessa.

Non si possono conoscere con certezza la posizione e la velocità iniziali per cui si può calcolare solo un intervallo di possibilità, per posizione e velocità, in ogni istante futuro.

[....] le leggi e le predizioni della meccanica quantistica ‘sono in generale solo di tipo statistico’. Non si può mai predire esattamente il risultato di una singola misura di un qualsiasi processo atomico, ma si può predire solo la probabilità di un risultato in un intervallo di possibilità.”

Heisenberg, 1927

Niels Bohr
(1889, 1962)



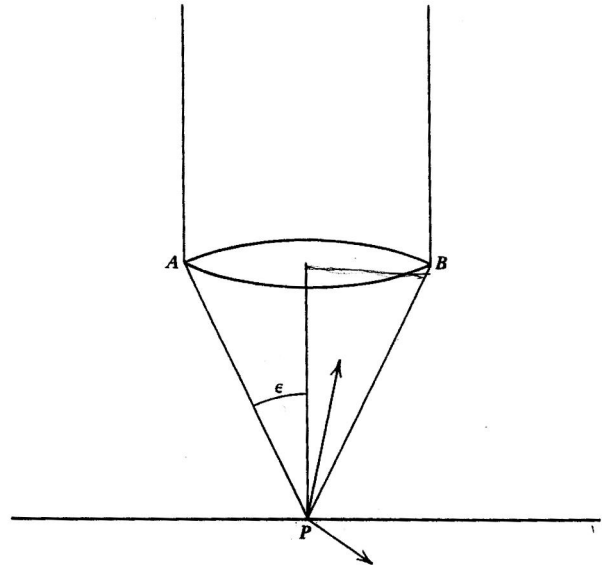
L'obiezione di Bohr

Occorre considerare anche

- la ***natura ondulatoria*** del raggio diffuso
- il ruolo dello ***strumento di misura***

L'impossibilità di misurare simultaneamente posizione e velocità ***non dipende soltanto*** dal rinculo dell'elettrone per l'urto con il fotone gamma, ***ma anche*** dalla diffrazione della radiazione gamma nell'apertura dell'obiettivo del microscopio

Il microscopio di Heisenberg



$$\Delta p_x = \frac{2h \sin \varepsilon}{\lambda}$$

Incertezza sulla quantità di moto dell'elettrone (effetto Compton)

$$\Delta x = \frac{\lambda}{2\varepsilon}$$

Incertezza sulla posizione dell'elettrone (potere risolutivo)

Dal dibattito Heisenberg-Bohr

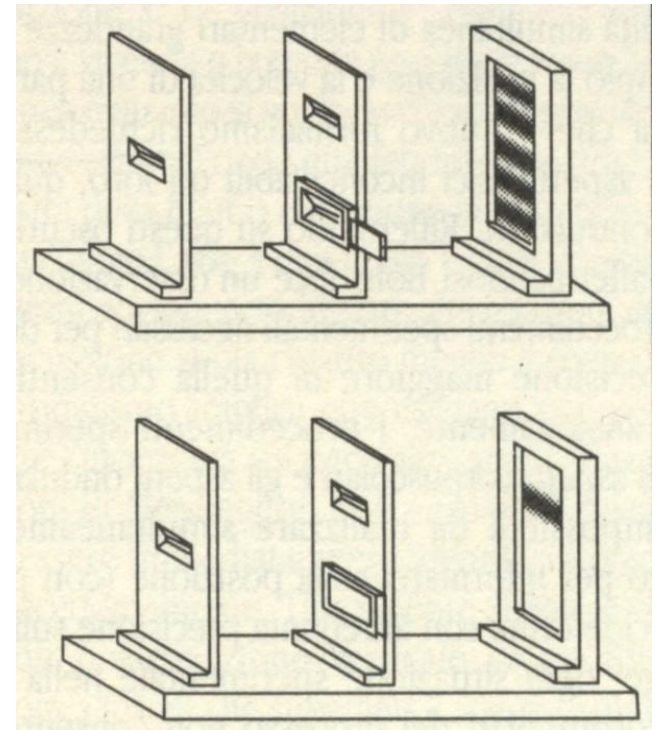
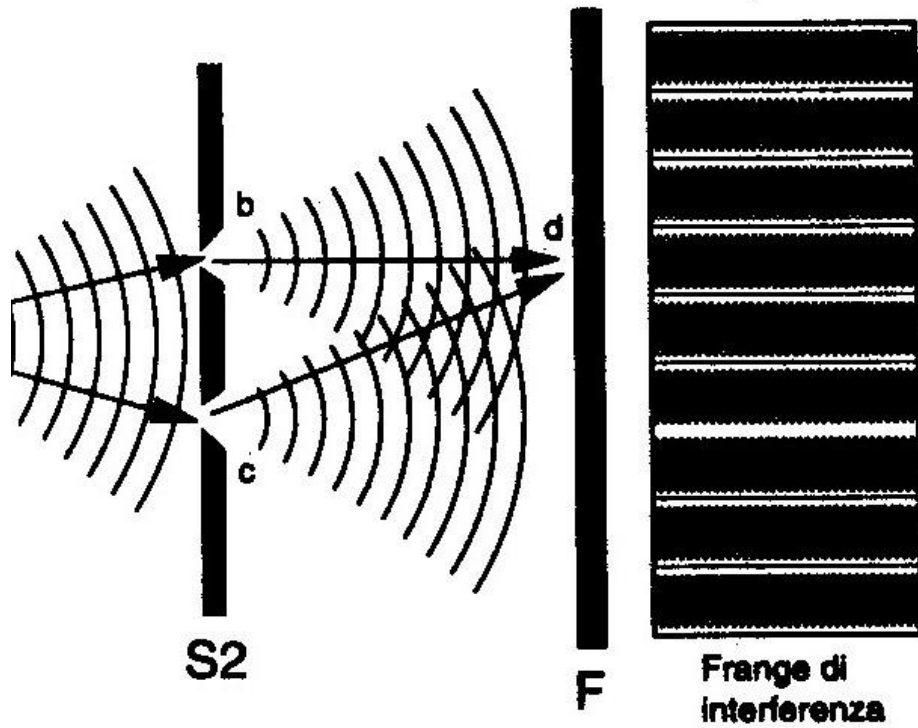
- cade il principio di causalità, così come il concetto di traiettoria;
- la “complementarità” *spiega* il principio di indeterminazione (nella formulazione di Heisenberg);
- “complementarità” come dualismo onda-corpuscolo (il raggio γ “si propaga come un’onda e interagisce come un corpuscolo”);
- l’apparato di misura svolge un ruolo “attivo” nel processo di misura.

Dal Congresso di Solvay, 1927:

Il dialogo Bohr-Einstein

L'obiezione di Einstein
al principio di complementarità

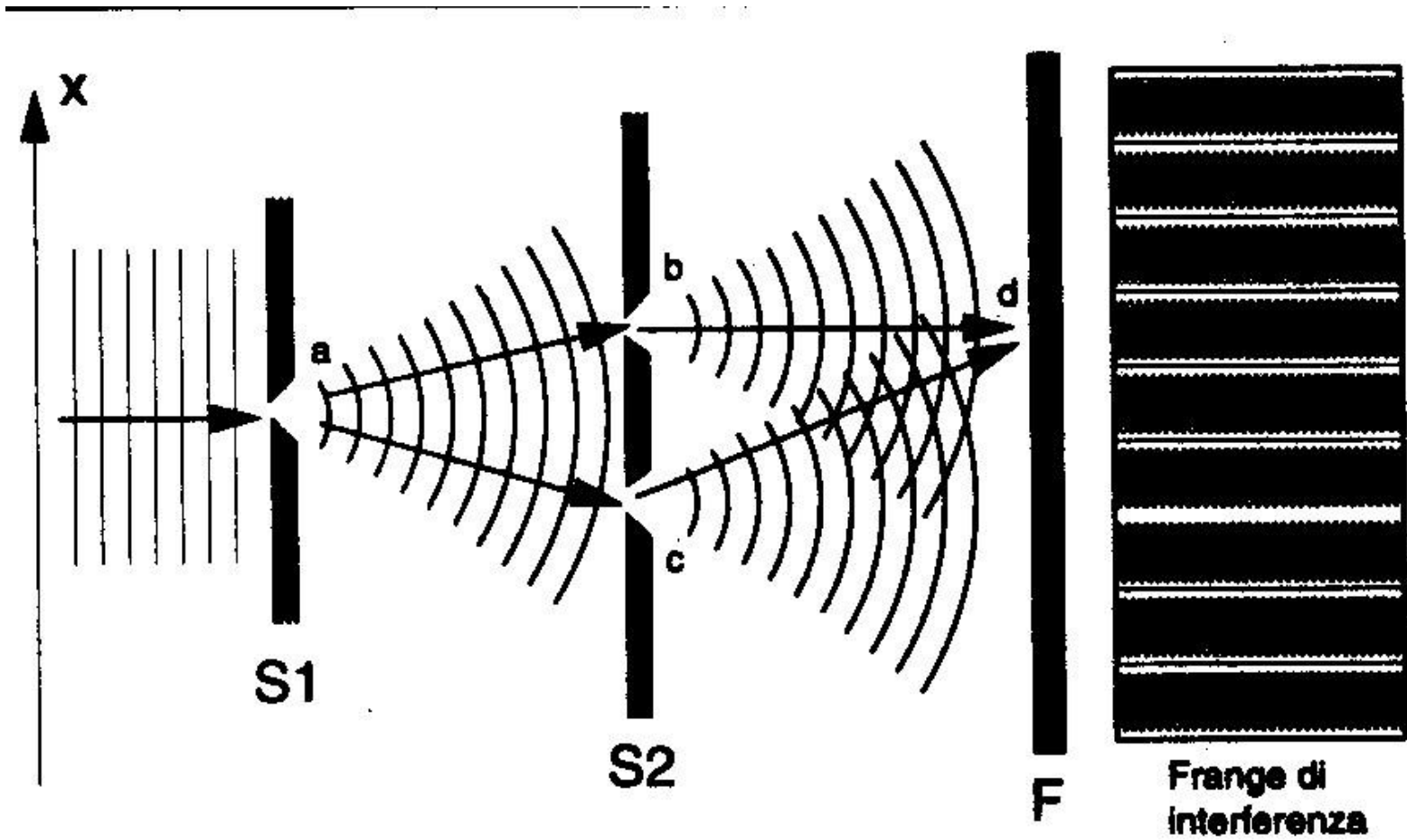
Lo storico “esperimento mentale” di Bohr della doppia fenditura



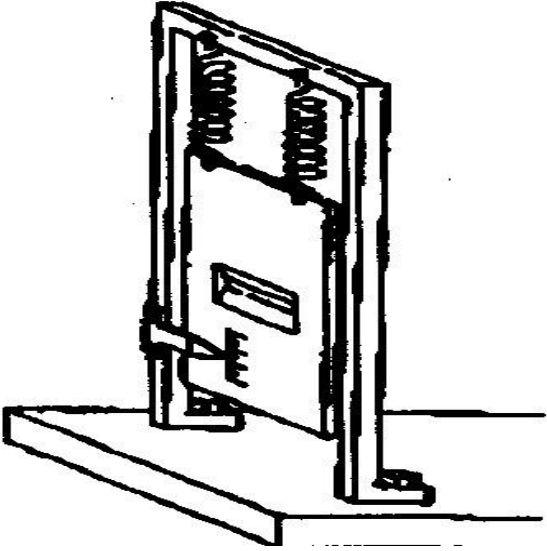
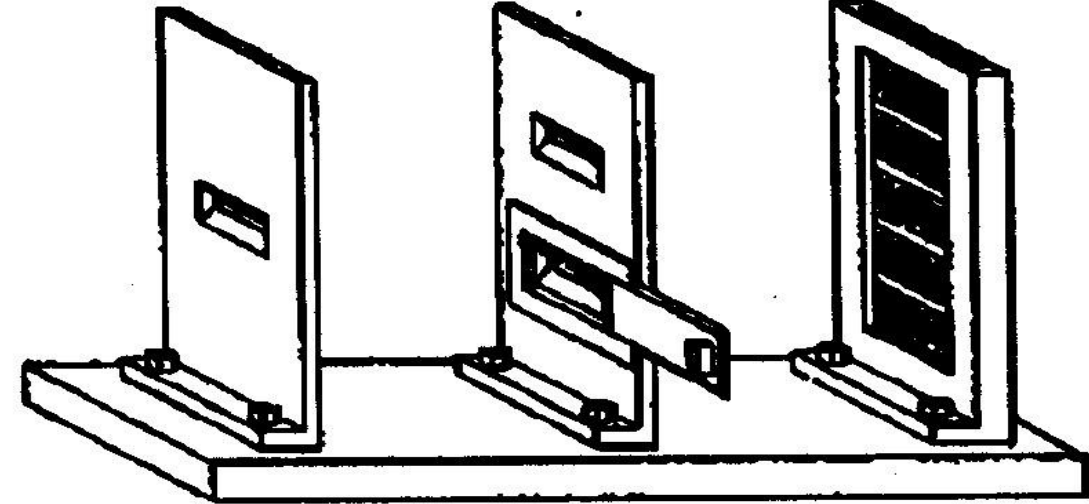
La complementarità nell'esperimento della doppia fenditura

Non è possibile ottenere contestualmente l'informazione sul cammino percorso dal fascio e una figura d'interferenza: si tratta di “aspetti complementari”, riconducibili al dualismo onda-corpuscolo.

Esperimento mentale di Einstein



Risposta di Bohr....



Dal dibattito Bohr - Einstein

- I tentativi di Einstein di mostrare l'infondatezza del principio di indeterminazione e di complementarità
- La vittoria attribuita a Bohr: l'indeterminazione elevata a principio e la costituzione della “interpretazione di Copenaghen”

La posizione di Einstein

dalla ricerca di argomenti per mostrare
l'inconsistenza della teoria...

...alla ricerca di argomenti per mostrare che la teoria
non dice l'ultima parola sui meccanismi profondi che
regolano l'universo (non è completa): verso
l'argomento EPR e l'entanglement

Alcune considerazioni:

All'obiezione di Bohr ad Einstein:

- la complementarità sembra basarsi sul PI: problema quale dei due principi è “più fondamentale”?*
- Il problema della demarcazione tra micro e macro: quanto è lecito applicare il PI allo schermo?

Sottolineature culturali....

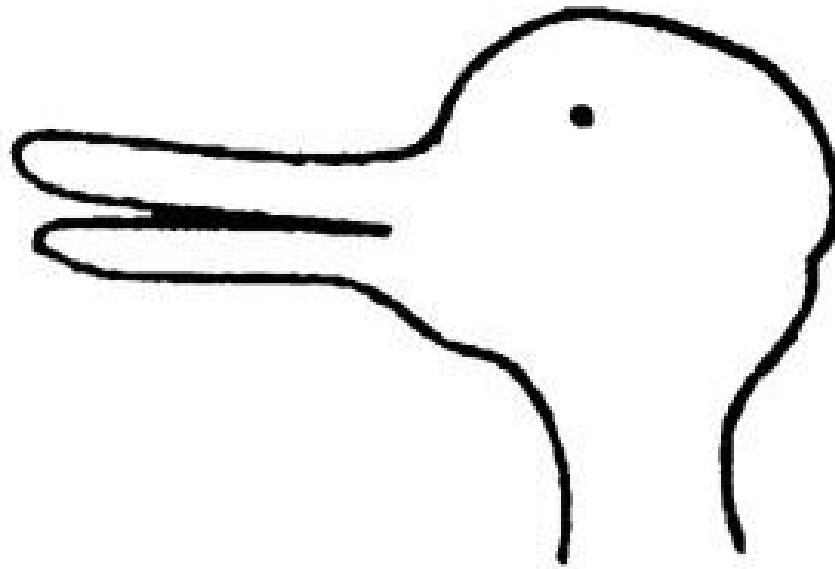
- Un dibattito “fisico” diventa anche conflitto “accademico” e conflitto “personale” tra allievo e maestro: l’efficientismo e l’ambizione di Heisenberg a confronto con la profondità di Bohr e la sua esigenza di interpretare le nuove conoscenze
- Due maestri si confrontano: esiste un principio di autorità in fisica?

Che cosa ne è dell'oggetto microscopico?

“abbiamo perso la nostra innocenza
ingenuamente realista”

(Schrödinger, 1935)

L'oggetto ambiguo di Niels Bohr



Interpretare l'ambiguità

Per N. Bohr

Espressione della necessità di fare riferimento agli strumenti parziali della fisica classica

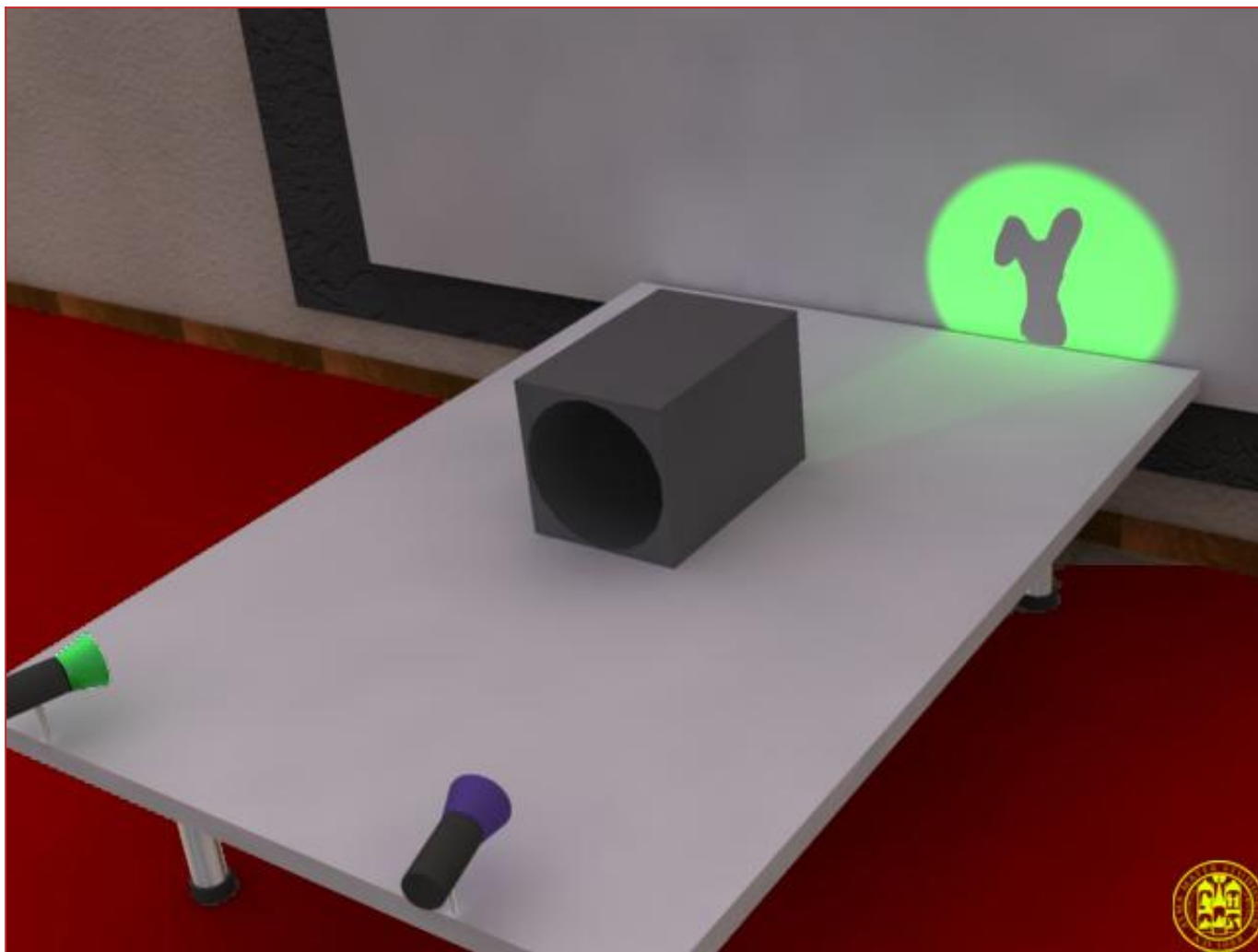
[...] è essenziale rendersi conto che, per quanto i fenomeni possano trascendere le possibilità esplicative della fisica classica, **l'esposizione d'ogni esperimento va fatta in termini classici.**

[...] **i dati ottenuti in condizioni sperimentali diverse non si possono racchiudere in una singola immagine, ma debbono essere considerati complementari, nel senso che solo la totalità dei fenomeni esaurisce la possibilità d'informazione sugli oggetti.**

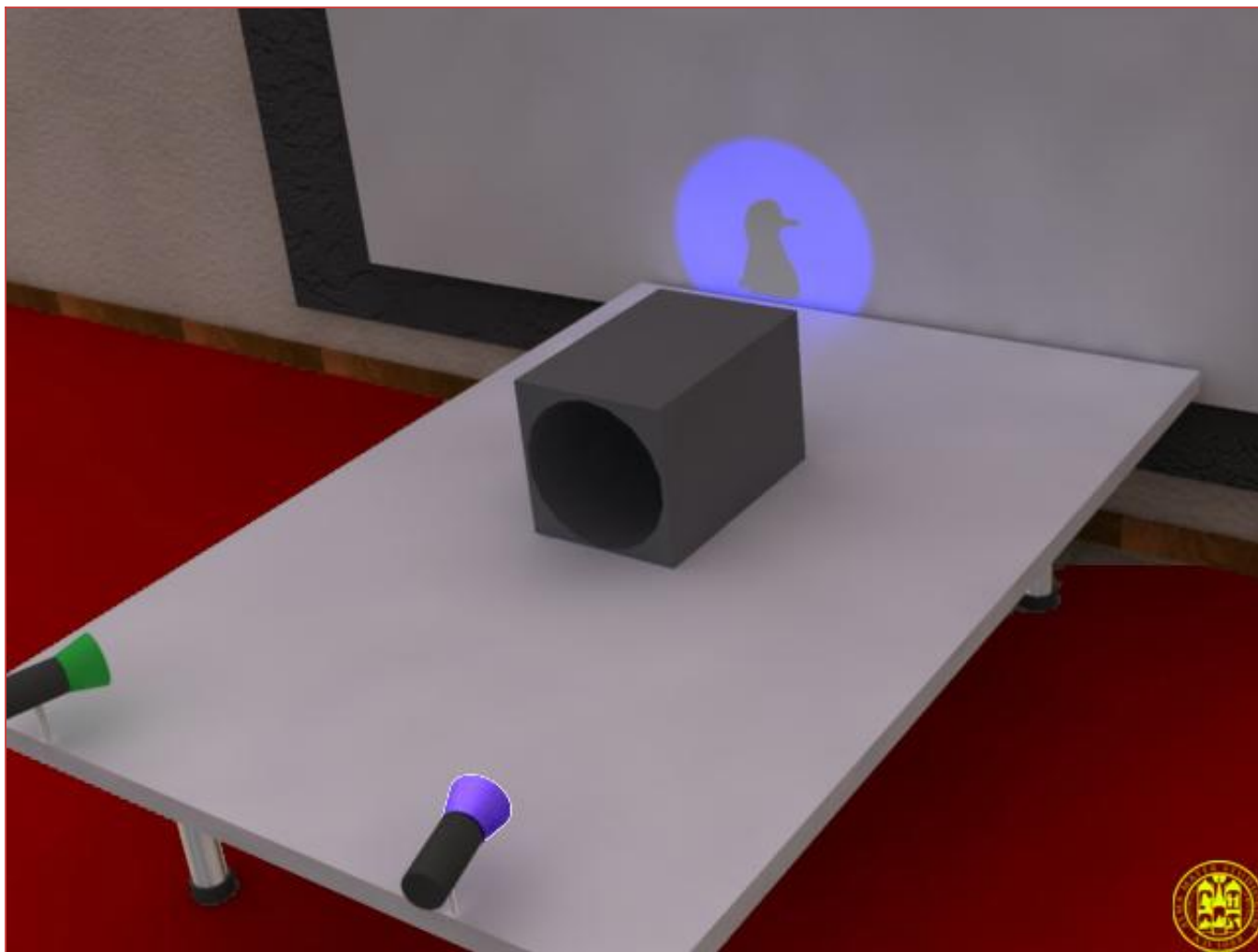
Stando così le cose, l'attribuzione di qualità fisiche tradizionali agli oggetti atomici implica **un elemento essenziale di ambiguità**, come si vede immediatamente nella contraddizione relativa alle proprietà corpuscolari e ondulatorie degli elettroni e dei fotoni, in cui ci troviamo di fronte a immagini contrastanti, ognuna delle quali si riferisce a un aspetto essenziale dei dati sperimentali.”

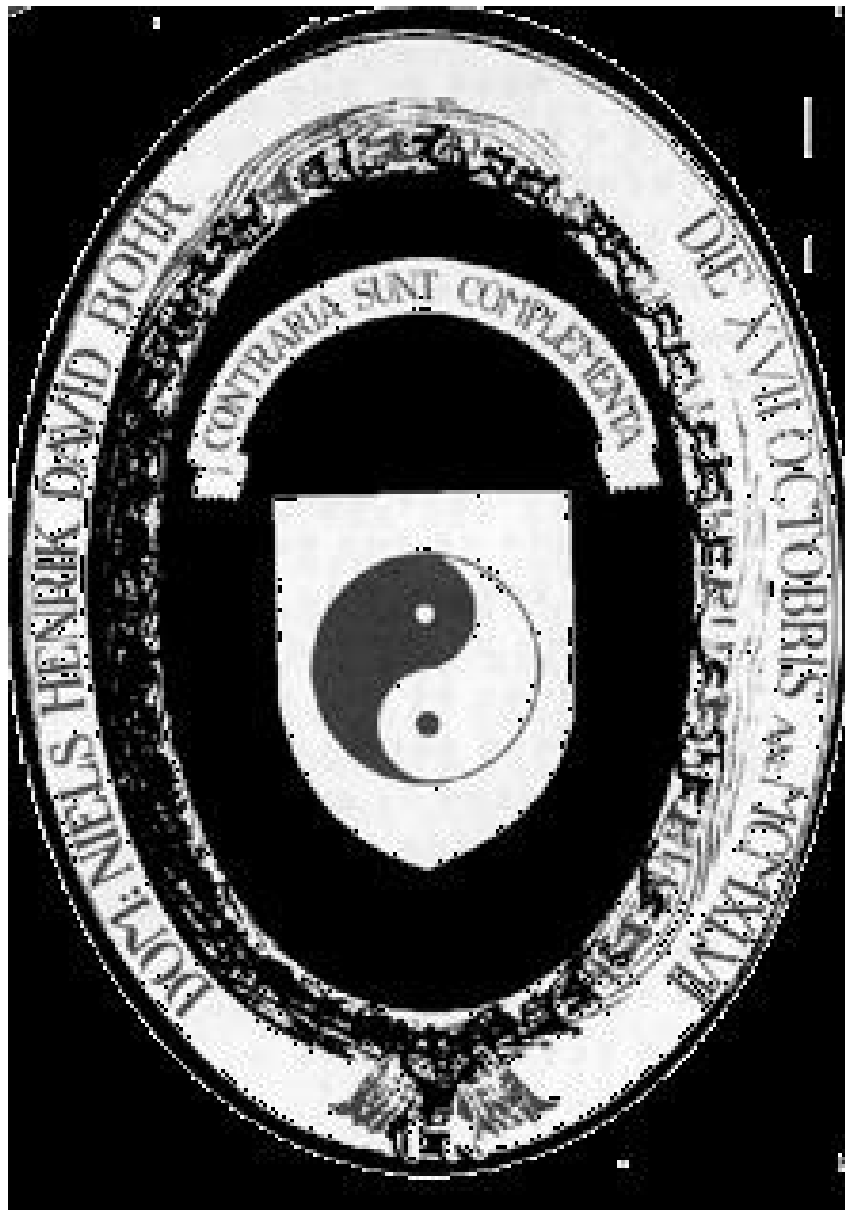
(Bohr, Discussione con Einstein sui problemi epistemologici della fisica atomica, 1949, in Autobiografia scientifica, pp.113-114)

L'oggetto quantistico...



L'oggetto quantistico...





Interpretare l'ambiguità

Per W. Heisenberg

*Indicazione della necessità di abbandonare immagini che
NON siano forme matematiche*

“Per la scienza moderna non c'è più all'origine l'oggetto materiale, ma la forma, la simmetria matematica. E siccome la struttura matematica rappresenta in ultima analisi un contenuto spirituale, si potrebbe dire anche con le parole del Faust di Goethe: “All'inizio era il logos”.”

(Heisenberg, 1958, La scoperta di Planck e i problemi filosofici della fisica atomica”)

Interpretare l'ambiguità

Per Erwin Schrödinger

una evasione....

“L'immagine della realtà materiale è oggi vacillante e malsicura, come non lo è stata da molto tempo. Conosciamo una folla di particolari assai interessanti, ne apprendiamo dei nuovi ogni settimana [...]

“[sulla complementarità] **Per me si tratta di un'evasione.** Si finisce per ammettere che abbiamo due teorie, due immagini della materia che non si accordano di modo che qualche volta dobbiamo far uso dell'una, qualche volta dell'altra. Una volta, settanta o più anni fa, quando si verificava un tal fatto si concludeva che la ricerca non era ancora finita.”

(Schrödinger, 1952, “L'immagine attuale della materia”)

Fisica e visioni del mondo (e della fisica)

ovvero

come lo stesso fatto può diventare argomento a sostegno di tesi anche tra di loro MOLTO diverse

Werner Heisenberg



Il mondo microscopico è corpuscolare e discreto



Crisi del principio di causalità



Il linguaggio “migliore” della meccanica quantistica è quello delle matrici



Erwin Schrödinger

“Parlare di elettroni e protoni come di punti materiali e negare tuttavia che essi abbiano traiettorie determinate, è una cosa che sembra quanto mai contraddittoria, una pazzia.”

(1931, “L’indeterminismo in fisica”)



Nel micromondo non esistono più le “cosiddette particelle”



Il linguaggio “migliore” della meccanica quantistica è quello ondulatorio (anche se equivalente a quello delle matrici)

Niels Bohr

Il mondo microscopico presenta
aspetti complementari

Esso non è conoscibile nella sua
essenza con i nostri strumenti di
pensiero “classici”



Siamo costretti ad utilizzare anche per la meccanica
quantistica l'unico linguaggio che ci è possibile: quello
della fisica classica



Wolfgang Pauli

“Salviamo i fenomeni”... (?)



“Non ci si dovrebbe scervellare per capire se qualcosa di cui non si sa nulla esista davvero, più di quanto non lo si faccia per risolvere l’antico mistero di quanti angeli possano sedere sulla punta di uno spillo.”

(W. Pauli, citato in M. Born e A. Einstein,
Scienza e vita. Lettere 1916-1955, Einaudi, 1973)



Albert Einstein

Il mondo microscopico non è spiegato o spiegabile da questa stravagante teoria

Il linguaggio con cui accedere al mondo microscopico non può essere quello della meccanica quantistica

In sintesi

Domanda di fondo che ha attraversato l'intera discussione:
“*quali assunti epistemologici stanno alla base di un modello di ‘oggetto’?*”

Peculiarità della descrizione classica messe in particolare evidenza dalla descrizione quantistica:

- il concetto classico di traiettoria si basa su un particolare principio di causalità (*il determinismo classico*);
- il modello classico (così come il formalismo classico) si basa su un principio di *non contraddizione*;
- il mondo classico assume la *separabilità* tra le misure relative alle proprietà degli oggetti e l'apparato di misura;
- la modellizzazione classica dell'oggetto si basa spesso sulla possibilità di “proiettare” le costruzioni simboliche in uno “stesso spazio” (isomorfo a quello ordinario) (permettendo la *visualizzabilità*).

Verso il formalismo....

Obiettivo: riorganizzare in una struttura “intelligibile” e coerente i concetti introdotti

Domande portanti

- Quali comportamenti emersi dalla discussione epistemologica possono essere espressi formalmente?
(domanda di tipo A)
- Quali strumenti formali sono necessari? *(domanda di tipo B)*
- Che forma assumono ora gli assunti epistemologici?
(domanda di tipo C)

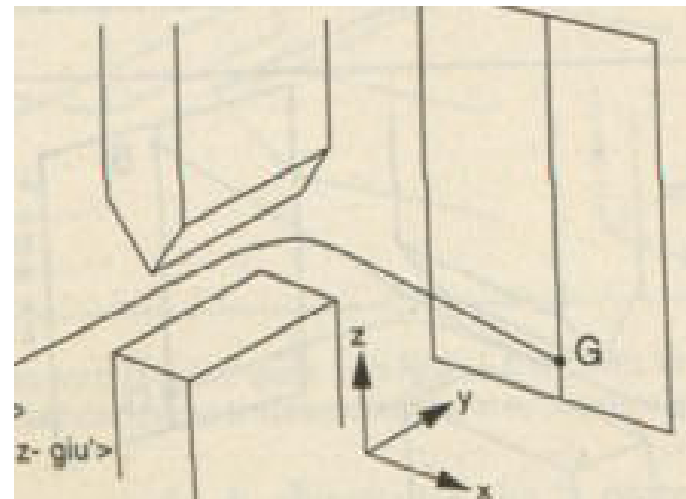
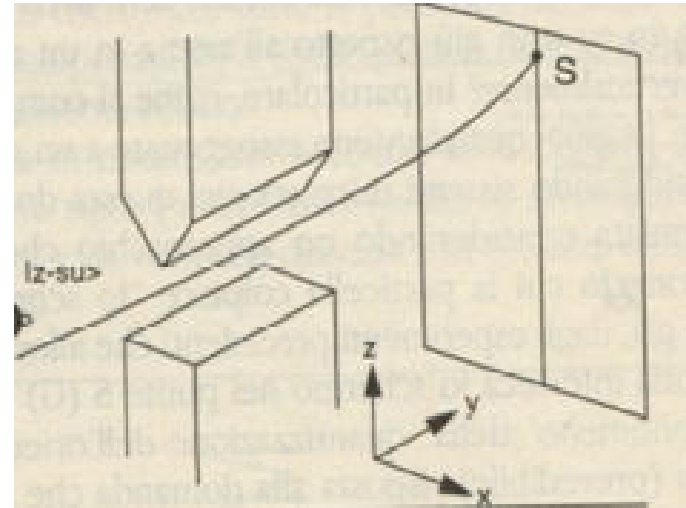
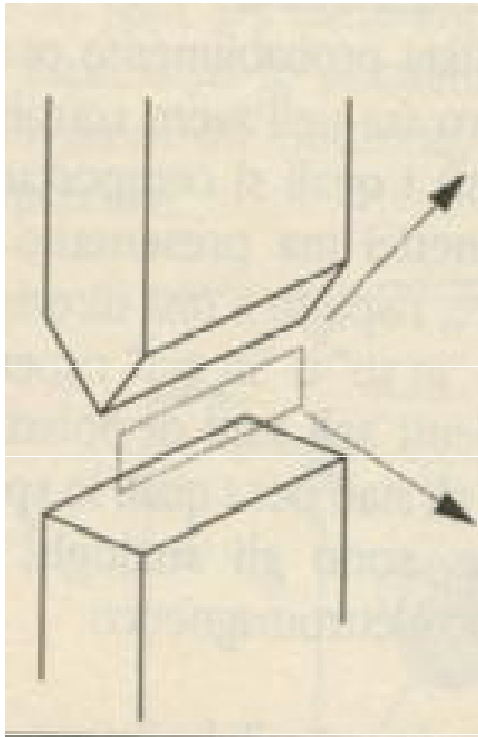
Il parte

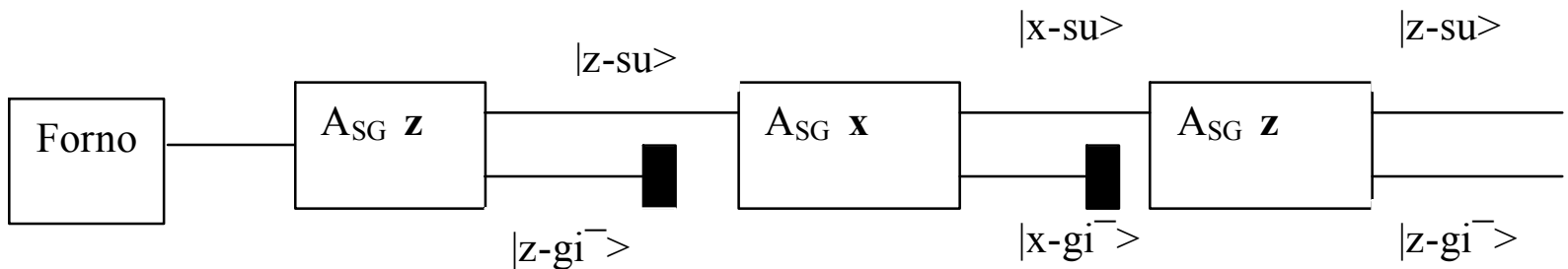
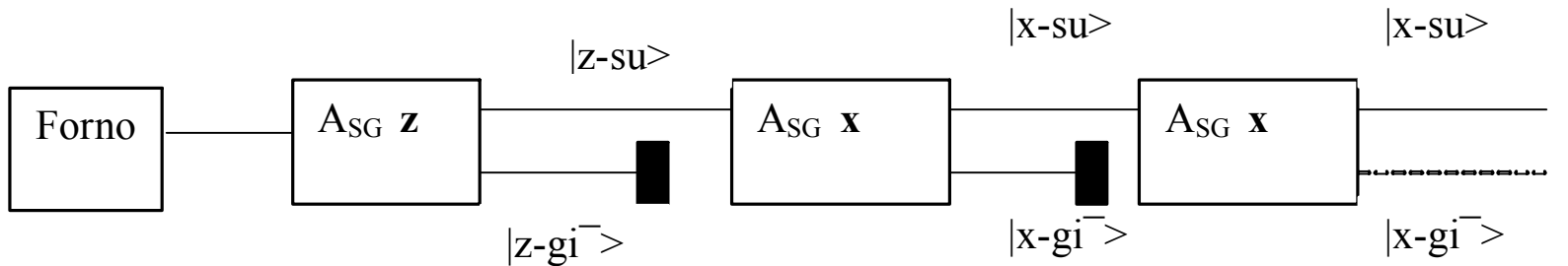
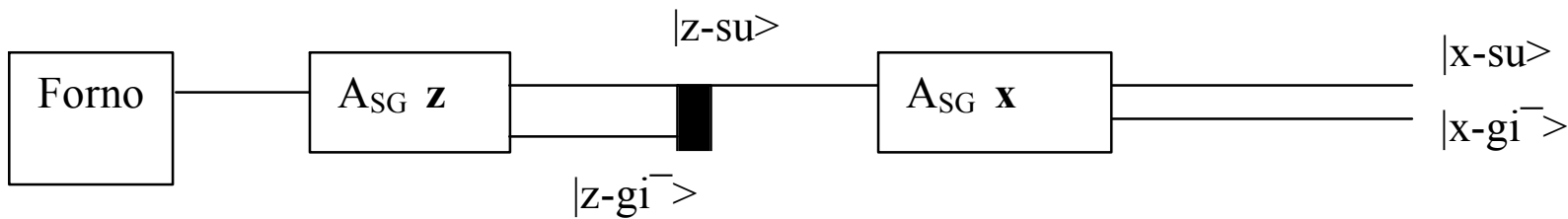
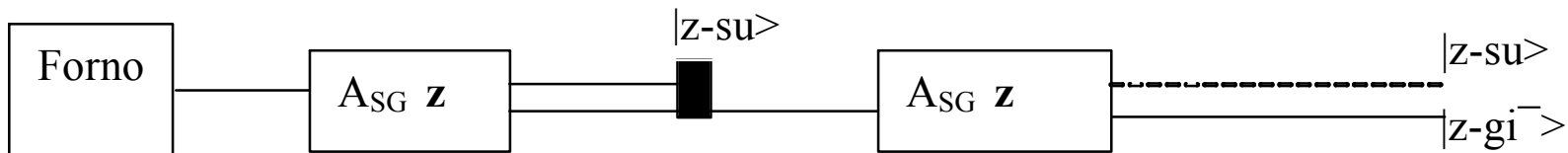
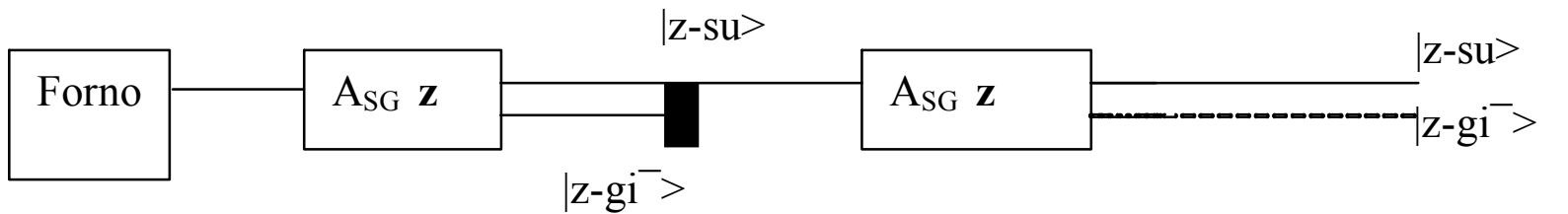
Alla ricerca di un formalismo minimale

Tappa intermedia nella costruzione delle relazioni tra gli aspetti qualitativi e la loro espressione formale

- Dispositivi di Stern e Gerlach come “scatole nere” focalizzando l’attenzione sugli stati dell’atomo.

Verso il formalismo: L'apparato di Stern e Gerlach





Il parte

Alla ricerca di un formalismo minimale

- Introduzione “assiomatica” degli enti matematici e della loro associazione a enti fisici (seguendo i testi di Dirac e Ghirardi).
- Ancoraggio all'esempio specifico: rappresentazione matriciale dello spin utilizzando le matrici di Pauli (matrici 2×2).

La costruzione dello schema matematico, ovvero l'individuazione degli enti matematici a cui associare le seguenti entità fisiche che caratterizzano la descrizione quantistica:

- Sistema fisico;
- Stato di un sistema;
- Variabile dinamica (o osservabile).

L'associazione a proprietà formali di: indeterminazione, complementarità, probabilità non-epistemica, operazione di misura, risultato di una misura.

Analisi formale dell'esperimento di Stern e Gerlach

Modulo del momento di spin: $S = \sqrt{s(s+1)}\hbar$

con $s = 1/2$

Ciascuna delle componenti S_x , S_y , S_z , può assumere solo valori $-1/2 \hbar$ e $+1/2 \hbar$.

Per semplicità:

$$\begin{aligned} S_x &= [1/2 \hbar] \sigma_x & \sigma_x &= \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \\ S_y &= [1/2 \hbar] \sigma_y & \sigma_y &= \begin{bmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{bmatrix} \\ S_z &= [1/2 \hbar] \sigma_z & \sigma_z &= \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

$$\sigma_z = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$$

$$|z - su\rangle = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}; \quad |z - giù\rangle = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}; \quad |stato\rangle = \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} = a \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} + b \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$|stato 1\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} + \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad |stato 2\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} - \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$|stato 1\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} |z - su\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}} |z - giù\rangle \quad |stato 2\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} |z - su\rangle - \frac{1}{\sqrt{2}} |z - giù\rangle$$

$$\sigma_x = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\sigma_x = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$|x - su\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}; \quad |x - giù\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix};$$

$$|stato\rangle = \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} = a \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} + b \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix}$$

$$|z - su\rangle = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} = a \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} + b \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix}, \quad a = b = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$|z - su\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} |x - su\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}} |x - giù\rangle$$

$$|z - giù\rangle = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} |x - su\rangle - \frac{1}{\sqrt{2}} |x - giù\rangle$$

Alcuni risultati da sperimentazioni

- Scuola: Liceo Scientifico A. Einstein di Rimini.
- Classi: V sperimentazione P.N.I.
(aa.ss. 2004-2005 e 2005-2006)
- Durata del progetto: circa 25 ore

A.S. 2004-2005

Studio di fattibilità

- Reazioni al percorso, al formalismo
- Individuazione di “priorità”

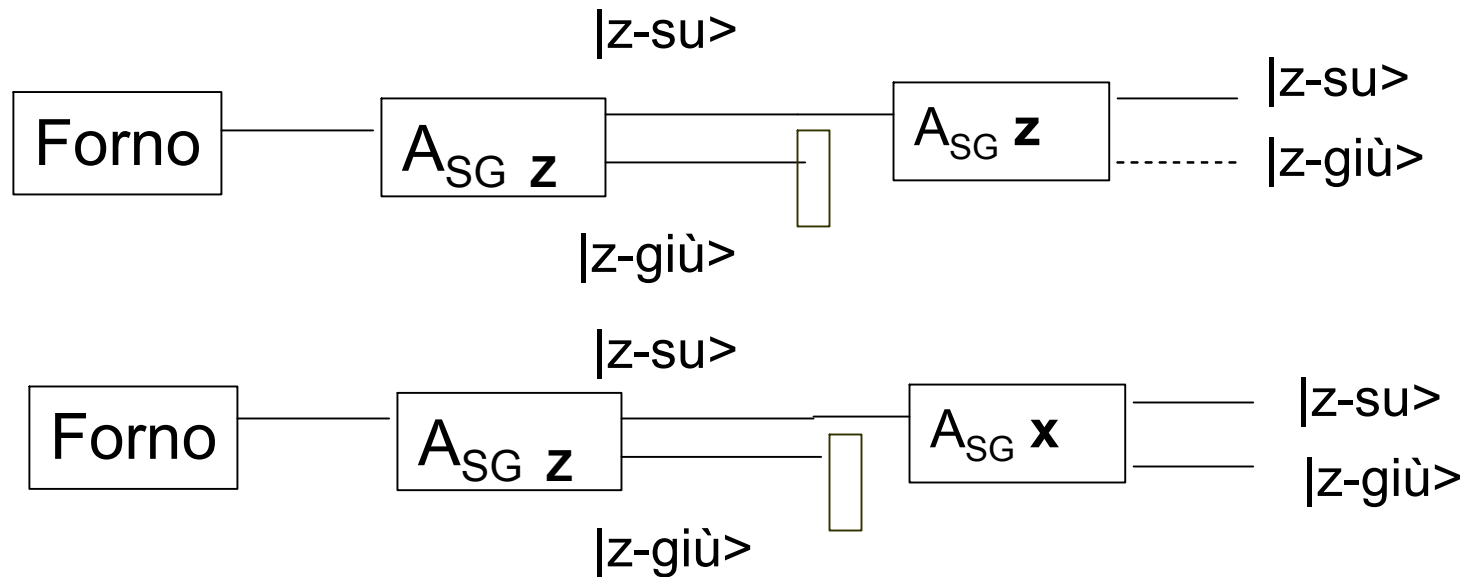
Reazioni emerse nel corso della sperimentazione:

la complessità
(multidimensionalità del percorso)

come

fattore di “inclusione”

Ad esempio... di fronte a Stern e Gerlach



Descrivere (anche formalmente) gli esiti degli esperimenti di Stern e Gerlach schematizzati in fig.1 e fig. 2.

Quali aspetti caratteristici della Meccanica Quantistica gli esperimenti di Stern e Gerlach permettono di evidenziare?

“L'esperimento di Stern e Gerlach consiste nello scaldare in un forno degli atomi di argento e farli successivamente passare in uno o più apparati di Stern e Gerlach. Ogni apparato di Stern e Gerlach ha un asse privilegiato ed è costituito da due magneti sagomati. Il funzionamento è basato sull'interazione fra il campo magnetico all'interno dell'apparato e lo spin dell'ultimo elettrone dell'atomo di argento. *Una volta uscito dal primo apparato di Stern e Gerlach, l'elettrone è stato "preparato" nello stato z_{su} , abbiamo infatti bloccato tutti gli elettroni con stato $z_{giù}$ impedendo loro di entrare nel secondo apparato.* Nella figura 1 osserviamo che nessun elettrone esce dal secondo apparato di Stern e Gerlach nello stato $z_{giù}$. Nel secondo caso (fig. 2) il primo apparato di Stern e Gerlach prepara gli elettroni nello stato z_{su} (gli elettroni aventi stato $z_{giù}$ sono nuovamente bloccati) e li fa passare attraverso un secondo apparato con asse privilegiato x , dalla figura 2 osserviamo come, dal secondo apparato, escano sia elettroni in stato x_{su} che in stato $x_{giù}$, con probabilità uguali.”

(Andrea Ba)

“Lo stato di un sistema è rappresentato con un vettore. L'osservabile è un operatore, cioè una matrice, [...] Operatori $S_z = [1/2\hbar]\delta_z$ $S_x = [1/2\hbar]\delta_x$

$$S_z = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \quad S_x = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$$

Autovalori: +1,-1

Autovalori: +1,-1

Autovettori $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ Autovettori $\frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}$

$$\begin{pmatrix} c \\ d \end{pmatrix} = a \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} + b \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} c \\ d \end{pmatrix} = a \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} + b \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}$$

$|\text{stato}\rangle = a |zsu\rangle + b |zgiù\rangle$ $|\text{stato}\rangle = a |xsu\rangle + b |xgiù\rangle$

Un generico stato quantistico risulta quindi la combinazione lineare di 2 autostati. Ritornando al fascio atomico, dopo essere transitato attraverso l'Asg2 si trova in uno stato che chiamo $|\text{stato}1\rangle = a|zsu\rangle + b|zgiù\rangle$. Le ampiezze a e b risultano uguali a $\frac{1}{\sqrt{2}}$, cioè si ha il 50% di probabilità che escano atomi $|zsu\rangle$ e altrettanta che escano atomi $|zgiù\rangle$. A questo punto si blocca il fascio $zgiù$ e si prepara un nuovo stato.....“

(Stefano)

“Secondo il formalismo **far passare** un elettrone di argento attraverso un apparato di Stern e Gerlach con asse privilegiato z **corrisponde a vedere** lo stato come combinazione lineare di $|z_{su}\rangle$ e $|z_{giù}\rangle$, ovvero

$$|stato\rangle = a |z_{su}\rangle + b |z_{giù}\rangle \dots$$

La probabilità di ottenere un determinato autostato all'atto dell'osservazione è uguale al quadrato del suo coefficiente...”
(Andrea Bo)

“**la probabilità** (prevedere gli esiti di una misura) nella fisica quantistica **non è epistemica** (non è dovuta alla nostra ignoranza ma all'indeterminazione insita nella natura) contrariamente a quello che sosteneva Schrödinger nella sua filosofia di una probabilità epistemica (incapacità di argomentare e analizzare i vari possibili esiti della misura).”

(Emanuele)

“Nasce **una nuova concezione di misura** che si differenzia da quella della fisica classica per il fatto che quest'ultima si proponeva di ridurre l'incertezza all'atto della misura e quindi di riuscire a formulare una legge valida per l'oggetto indipendentemente dall'atto della misura.”

(Paola)

Risultati del questionario finale

Reazioni al formalismo

“La matematica risulta l'unico senso e l'unica vera interpretazione, il significato della teoria è il suo significato matematico: non abbiamo altri mezzi umani per accostarci alla potente astrazione portata dalla fisica moderna ed è proprio il formalismo della teoria che mette in luce i limiti del pensiero umano, sgretolando ogni pregiudizio metafisico. Ritengo che l'introduzione del formalismo sia stata non solo utile, ma necessaria (si parla di una teoria in cui il formalismo precede di gran lunga qualsiasi interpretazione!): solo il formalismo può mettere in luce il rigore, la linearità e la funzionalità della teoria quantistica.”

(Stefano)

“L'ultima parte è stata piuttosto difficile ma molto interessante [...] Il formalismo matematico ha ribadito il concetto che quelle che sono state fatte **non sono solo chiacchiere** [...] il formalismo è ciò che dà spessore alla teoria.”

(Lara)

“Il formalismo presente alla base della MQ è quanto di più astratto e difficile mi si sia parato davanti in 5 anni di liceo scientifico: pensavo di aver raggiunto un buon livello nelle conoscenze matematiche. E invece una fotocopia ha distrutto tutte le mie fermezze. Ritengo il formalismo necessario per una visione completa della MQ, **anche se è necessaria una preparazione più approfondita in ambito matematico.**”

(Marco B.)

A proposito dei dibattiti...

Per capire

“L’aver potuto “sentire” le teorie dei principali pensatori del tempo, quali Bohr o Heisenberg, è stato fondamentale. Solo attraverso un confronto tra posizioni contrastanti è possibile **arrivare al nocciolo della questione in esame.**” (Marco)

Per farsi un’immagine della ricerca in fisica

“La possibilità di conoscere le varie opinioni e' quello che rende questo genere di percorsi così interessanti. In questo modo la teoria non e' più vista come un qualcosa di già dato, ma ci si rende conto come la sua formulazione possa essere lunga e difficile. Inoltre, il fatto di leggere le varie interpretazioni date trasmette, in qualche modo, il clima vissuto dai fisici del tempo, e rende bene l'idea di **una comunità aperta ed attiva.**” (Andrea B.)

Per creare una tensione conoscitiva

“A me è piaciuto vedere le diverse prospettive. Ci si accorge che la fisica non è solo un insieme di “aride formulette”, che non è solo il moto rettilineo uniforme. [...] Uno non ha solo i risultati. Segue anche lo sviluppo delle idee. Questo aspetto “narrativo” lo rende più interessante... **è come leggere un romanzo e vuoi sapere come va a finire**” (Andrea B.)

Per sentirsi coinvolti

“Il sentire diverse voci è stato basilare; oltre a chiarire i più volti di una realtà che viene sempre fatta passare come unica e vera, credo sia servito ad aumentare il nostro interesse: infatti quando c'è un dibattito siamo portati a seguire attentamente, a farci un'idea, a schierarci per uno o per l'altro... **a viverlo in prima persona!**” (Eleonora)

A proposito della complessità del percorso...

“Il percorso proposto è stato molto stimolante, perché, **causa la sua difficoltà**, spingeva la mente a uno sforzo continuo di comprensione.” (Marco)

“E’ stato impegnativo, **ma era una sfida**. Se guardo al voto, preferisco un approccio in cui si fanno più esercizi. Se guardo a tutto e penso alla mia vita anche fuori dalla scuola, scelgo questo percorso” (Andrea R.)

“E’ sicuramente un modo di lavorare abbastanza impegnativo ma **è uno sforzo che vale la pena di fare.** Nel complesso ho trovato l’esperienza assolutamente positiva e soprattutto molto interessante. Sarebbe stato difficile appassionarsi a qualche semplice e banale formuletta.” (Luca)

A.S. 2005-2006:

“Il problema non è stato capire ma accettare i risultati della teoria” (Michele)

Il contesto

- “classe VG” (19 studenti, 10 ragazzi e 9 ragazze)
- “classe VH” (20 studenti, 11 ragazzi e 9 ragazze)

Durata del lavoro: circa 25 ore (in ciascuna classe)

Le sorgenti dei dati

- Questionario iniziale sui “modelli classici” di oggetto;
- Compiti in classe svolti in itinere (problemi qualitativi e quantitativi) su concetti affrontati rispettivamente nella prima e nella seconda parte del percorso;
- Discussioni video-registrate (alla fine del percorso)
- Questionario finale relativo alle “reazioni” degli studenti sull'intero lavoro svolto.



Obiettivi dello studio

Interpretare due evidenze:

1. Spostamento delle difficoltà d'apprendimento dall'intelligibilità alla accettabilità della fisica quantistica (in entrambe le classi)

“il problema non è stato capire ma accettare i risultati della teoria” (Michele)

“Ho trovato questo percorso molto stimolante ed interessante (veramente!); facile SOLO dal punto di vista tecnico (calcoli, esercizi), poiché per la parte teorica richiede molta riflessione e, io credo, personale interpretazione.” (Francesco)

Quali problemi hanno incontrato gli studenti nell'accettare la fisica quantistica?

Obiettivi dello studio (continua..)

2. Diversi ruoli attribuiti al formalismo dalle due classi:
 - FONDAMENTALE per tutti gli studenti della VG;
 - non particolarmente UTILE per la maggior parte degli studenti della VH.

Alcuni risultati

L'emergere di un tema dominante in ogni classe (probabilmente a causa degli interessi degli studenti leader) :

- ***Linguaggio e pensiero*** (classe VG)
- ***Conoscenza e realtà*** (classe VH)

Linguaggio e pensiero (classe VG)

Tutti gli studenti della VG concordano sul fatto che:

- il formalismo quantistico è la chiave per “*entrare in un nuovo meccanismo*” (Stefano)
- entrare nel meccanismo della fisica quantistica implica un radicale cambiamento di prospettiva:

“la parte riguardante il formalismo, seppur complicata, è stata utile per [...] sancire un forte distacco dalla visione classica della realtà” (Giacomo)

Il formalismo rafforza l'idea che, nella fisica quantistica, la *visualizzazione* è impossibile

**Le figure sono roba da bambini, non per scienziati... e
la matematica è sufficiente per descrivere il mondo
microscopico**

QuickTime™ e un
decompressore Codec YUV420
sono necessari per visualizzare quest'immagine.

E' impossibile parlare di qualcosa senza cercare di rappresentare ciò di cui stiamo parlando

QuickTime™ e un
decompressore Codec YUV420
sono necessari per visualizzare quest'immagine.

Il problema dell'accettabilità:

Il bisogno cognitivo di un criterio plausibile per muoversi dal linguaggio quantistico ai modi di pensare ordinari e classici:

“con la relatività era diverso [...] con la relatività tu hai quella linea di separazione, perché sai che ad un certo punto, se tu nella formulina...[...] se tu applichi le velocità nostre nella formule ritrovi le nostre formule” (Silvia).

Senza tale criterio, il formalismo quantistico rischia di diventare nient'altro che un *“meccanismo”*, una *“mentalità”* (Silvia).

Conoscenza e realtà (classe VH)

La maggior parte della classe concorda che:

- il formalismo quantistico sia un importante sostegno emotivo, intelligibile, ma chiaro solo internamente

“La parte del formalismo mi ha aiutato umanamente, perché è sempre confortante contare su equazioni, calcoli e leggi matematiche; tuttavia, nonostante questa sua coerenza interna, la parte matematica non ha contribuito a formare la mia idea di oggetto quantistico più di quanto non l'avesse fatto la parte della fisica: evidentemente perché il piano della teoria matematica è troppo astratto, dal mio punto di vista, per poter essere calato nelle realtà fisiche, per quanto possano essere intangibili. Beninteso: non si è trattato di una complicazione, perché il formalismo è stato facile da memorizzare e capire, ma, come dico, chiaro solo al suo interno.” . (Simone R.)

Il problema dell'accettabilità:

“Il punto che mi è risultato più duro da comprendere è stato l'abbandono del determinismo classico: in effetti, più che di una vera e propria difficoltà, dovrei parlare di una inettitudine. La fisica del determinismo era una scienza esatta, almeno a livello teorico; la Meccanica Quantistica, invece, è sconvolgente, perché ci mette di fronte al problema della conoscenza, ci fa chiedere se quello che osserviamo è realmente quello che è.”
(Simone R.)

Perché “reale” dovrebbe essere sinonimo di “conosciuto in tutti i dettagli”, “conosciuto con certezza”?

“Fino a che questi interrogativi non affiorano tutto procede per il meglio, ma quando vengono a galla e dobbiamo rispondere che non sappiamo dire o prevedere ciò che vogliamo osservare, l'impatto emotivo è molto forte.” (Simone R.)

Il realismo non si perde. Occorre soltanto ridefinirlo in termini di probabilità (e non di certezza)

QuickTime™ e un
decompressore Codec YUV420
sono necessari per visualizzare quest'immagine.

La matematica è un'astrazione. La si associa alla certezza soltanto per abitudine.

QuickTime™ e un
decompressore Codec YUV420
sono necessari per visualizzare quest'immagine.

Il mondo microscopico è più reale...

QuickTime™ e un
decompressore Codec YUV420
sono necessari per visualizzare quest'immagine.

“Noi siamo una composizione di oggetti microscopici...”

Una descrizione del mondo basata sul determinismo è meno reale di una descrizione basata su una probabilità non-epistemica.

“Secondo me, un determinismo a la Laplace crea mondi fantascientifici... Ho capito questo guardando Minority Report.” (Michele)

Tre posizioni dominanti circa l'accettabilità della MQ e tre diversi ruoli attribuiti al formalismo:

- il formalismo è necessario e sufficiente per accettare i risultati di una teoria che funziona (sia logicamente sia sperimentalmente).
- un “formalismo che funziona” è una condizione necessaria ma non sufficiente per “avere la sensazione” di aver capito. La comprensione richiede di interpretare il “meccanismo formale” anche costruendo relazioni significative con il linguaggio ordinario e la descrizione classica.
- il formalismo è necessario ma non sufficiente per l'accettazione di una teoria. L'accettabilità richiede anche una analisi delle implicazioni filosofiche della teoria sulla conoscenza in generale.

Per (non) concludere

La comprensione è un processo complesso e “multidimensionale” che passa attraverso l'utilizzo di una pluralità di linguaggi e di tipologie di argomentazione (formale, sperimentale, epistemologica..)...

... le sfide per la didattica:

- *come e con quali criteri è opportuno “bilanciare” le diverse dimensioni della conoscenza?*
- *quale struttura complessiva è opportuno dare alla “fisica da insegnare” affinché la conoscenza sia navigabile da insegnanti e studenti senza perdersi e con soddisfazione?*

Beatrice (13 anni): “Quando io guardo una cosa, quello che vedo mi va su dentro per gli occhi, mi arriva alla testa e poi le cose che mi arrivano dentro si mettono a correre per tutti quei corridoi che ci sono, si fermano un momento in tutte le stanze e quando trovano una stanza con dentro qualcosa che gli assomiglia, si fermano, si mescolano con quello che c’è che gli assomiglia e gira, gira, dopo mi viene l’idea e allora scende nella bocca e allora uno la dice”.

Paolo (10 anni): “Nella mente non ci sono strade tutte dritte, ci sono tanti incroci e tu puoi passare tante volte dallo stesso incrocio, però ci passi anche in un modo diverso. “

Paolo Guidoni, 2001
Progetto SET - CAPIRE SI PUO’

Grazie della vostra attenzione