



Michele D'Anna,
Urs Kocher,
Paolo Lubini,
Silvano Sciarini

Alta Scuola
Pedagogica, Locarno

L'equazione di bilancio dell'energia e dell'entropia

(Pervenuto il 28.02.05, approvato il 27.05.05)

ABSTRACT

In this paper we present a discussion of the first and the second law of thermodynamics based on the balance equation for energy and entropy. In the second part we illustrate some didactical advantages of this approach.

Introduzione

Non vi è dubbio che, nella scuola media superiore, il primo ed il secondo principio della termodinamica costituiscano importanti argomenti di studio nell'ambito delle discipline scientifiche sperimentali. Da una parte all'energia viene sempre più spesso assegnato un ruolo centrale nell'insieme della costruzione dell'immagine scientifica del mondo, riconoscendola quale organizzatore cognitivo^{1,2} e presentandola come nucleo fondante. D'altra parte le asimmetrie facilmente riscontrabili a livello fenomenologico nelle trasformazioni energetiche fanno del secondo principio della termodinamica uno strumento privilegiato per l'interpretazione di molti processi naturali in campo sia fisico sia chimico, sia biologico ed ecologico [2], [3], [4]. Non può quindi sorprendere che queste problematiche risultino oggi sempre più di attualità in relazione a questioni di interesse generale, come la gestione delle risorse naturali, le problematiche ambientali e il futuro stesso dell'umanità e del pianeta. Fornire agli studenti solidi strumenti di lettura, di interpretazione e di previsione della realtà che ci circonda può quindi ragionevolmente essere considerato come un obiettivo importante dell'educazione scientifica di base.

Nel raggiungimento di questo obiettivo si riscontrano tuttavia non poche difficoltà: se per l'energia infatti la tradizione didattica offre una base solida, ricca di variazioni e tutto sommato (apparentemente) efficace, per quanto riguarda il secondo principio della termodinamica solitamente la parte fondante della presentazione è costituita dalle formulazioni di Clausius e di Kelvin (o di Kelvin - Planck secondo certi autori), accompagnate dall'analisi di alcune macchine termiche, in particolare dallo studio del ciclo di Carnot per il gas ideale. In alcuni casi, seguendo Clausius, si riconosce poi l'importanza del rapporto fra la quantità di calore scambiato e la temperatura (assoluta) alla quale avviene il trasferimento, sfruttandolo per definire una nuova grandezza termodinamica, l'entropia S . Di quest'ultima si sottolinea la proprietà di essere una funzione di stato e soprattutto ci si sofferma sul fatto che l'entropia dell'universo può solo aumentare, segnalando nel contempo che l'irreversibilità dei processi è legata al suo aumento. Parecchi libri di testo fanno poi seguire alcune pagine dedicate all'interpretazione statistica dell'entropia, proponendo considerazioni che coinvolgono una descrizione a livello microscopico della materia, per finire spesso con un tentativo di chiarimento del concetto attraverso il binomio ordine/disordine.

A conferma della loro importanza e dell'interesse che essi suscitano, questi temi sono soggetti presenti anche in molti libri di divulgazione scientifica: *energia*, *entropia* e *secondo principio* sono spesso presentati come pietre miliari dello sviluppo scientifico moderno. Per tutti, un esempio: Atkins, dopo aver dedicato al secondo principio un apposito e apprezzato saggio, [5], a vent'anni di distanza include l'entropia tra le "dieci grandi idee della scienza" [6].

Anche il mondo della didattica presenta una gran quantità di lavori e di riflessioni su questi argomenti: vi sono lavori volti a delineare possibili scenari per l'in-

roduzione dell'energia e delle sue proprietà [7], [8], [9], [10], [11], contributi in cui vengono analizzate le difficoltà incontrate dagli studenti soprattutto in relazione all'utilizzo dei vari termini che compaiono nella formulazione del primo principio [12], [13], altri che auspicano una più rigorosa distinzione concettuale tra la conservazione dell'energia e la formulazione del primo principio, considerata quale testimonianza storica del riconoscimento del calore come (forma di) energia [14]. Per quanto riguarda l'entropia, molti autori le riconoscono un ruolo centrale, preconizzano un suo inserimento nella formazione scientifica (medio-)superiore, mettono in luce le difficoltà incontrate dagli studenti [15], oppure ne delineano una possibile introduzione: chi partendo da una rilettura degli aspetti fenomenologici e processuali [16], chi presentando l'argomento in relazione agli aspetti statistici [17], chi insistendo maggiormente sull'origine ed il ruolo dell'irreversibilità [18].

Ci sembra inoltre interessante osservare che già nel 1983 in Ungheria, con il patrocinio dell'Unesco, si è svolta una conferenza dedicata proprio al tema "*Entropy in the school*", i cui atti [19] contengono un gran numero di interessanti contributi, molti dei quali mettono in evidenza il carattere interdisciplinare dell'entropia.

L'entropia come grandezza primaria

Tra le molte proposte, particolarmente interessante ci sembra quella di F. Herrmann [20] in cui l'entropia viene introdotta sin dalla prima lezione di termodinamica^{3,4}. A sostegno di questa scelta vi sono essenzialmente due tipi di ragioni. Dal punto di vista strettamente disciplinare si tratta di riconoscere il ruolo centrale dell'entropia nella descrizione dei processi termici: presentare la termodinamica senza parlare di entropia equivale infatti a presentare l'elettrologia senza parlare di carica elettrica⁵, oppure la meccanica senza parlare di quantità di moto. Da un punto di vista didattico, invece, si tratta di utilizzare e mettere a frutto le concezioni degli studenti: il termine "calore" utilizzato nel linguaggio comune esprime infatti in larga misura la grandezza termica che nel linguaggio scientifico siamo abituati a designare proprio con il termine di entropia. Ma non solo: il linguaggio comune offre molte risorse per esprimere le caratteristiche di questo "calore"-entropia; in particolare si rivela di grande utilità far uso del *modello* utilizzato per le grandezze tipo "quantità di sostanza"⁶: riferendosi all'entropia, così come alle altre grandezze estensive caratteristiche degli altri ambiti, è possibile utilizzare espressioni verbali del linguaggio comune come *immagazzinare*, *aggiungere*, *togliere*, *prelevare*, *trasportare*, *far fluire*, ecc.

In questo contesto l'entropia viene quindi introdotta come una grandezza estensiva, con il ruolo di portatore dell'energia nei fenomeni termici e caratterizzata dalle seguenti proprietà:

- può essere immagazzinata;
- può fluire da un corpo ad un altro;
- è soggetta ad una legge di bilancio;
- *non* è una grandezza conservata: essa può essere prodotta ma non può *mai* essere distrutta.

Quest'ultima proprietà è particolarmente interessante poiché dice che un processo qualsiasi è irreversibile se e solo se vi è una produzione di entropia. Dato che molte circostanze in cui viene prodotta entropia (fenomeni dissipativi) sono facilmente caratterizzabili e riconoscibili dal punto di vista fenomenologico, il modello consente rapidamente allo studente di analizzare le più svariate situazioni e di prevedere l'evoluzione qualitativa di un dato processo sulla base delle interazioni che il sistema considerato ha con l'ambiente che lo circonda⁷.

Un utile strumento: l'equazione di bilancio

Uno strumento molto potente a tale riguardo è costituito dalla cosiddetta *equazione di bilancio*: per ogni grandezza estensiva (simbolicamente indicata con X) è infatti possibile esprimere una relazione della forma:

$$\frac{dX}{dt} \equiv \dot{X} = I_X + \pi_X .$$

L'*equazione di bilancio* permette cioè di descrivere la variazione nel tempo della grandezza fisica considerata all'interno di una determinata regione di spazio, scelta generalmente in modo da contenere il "sistema" oggetto di studio (Fig. 1). I due termini della relazione di bilancio, I_X e π_X , vogliono evidenziare le modalità secondo le quali la grandezza estensiva X può variare all'interno del sistema considerato. Da un lato si hanno le correnti di X , I_X , che possono sia entrare che uscire dal sistema e dall'altro si hanno fenomeni associati al tasso di produzione (o di distruzione) di X , π_X . I due contributi al bilancio globale si differenziano per un aspetto importante. Le variazioni della grandezza X dovute a fenomeni di trasporto (I_X)

coinvolgono sempre due regioni di spazio e devono quindi essere contabilizzate sia nel bilancio relativo all'interno del sistema, sia in quello relativo all'ambiente circostante: quanto esce da un sistema deve entrare in un altro e non può scomparire nel nulla. Differente invece la situazione per quanto attiene ai tassi di produzione/distruzione (π_X): variazioni che rientrano in questa categoria sono contabilizzate solo all'interno del sistema, senza che all'esterno vi sia una controparte.

L'energia può essere considerata una grandezza estensiva e come tale soddisfa la relazione di bilancio espressa sopra con però *due* importanti peculiarità. In primo luogo, per l'energia, il termine π_E è nullo (il che equivale ad affermare che l'energia obbedisce ad una legge di conservazione: non può né essere distrutta, né essere creata). In secondo luogo le correnti di energia attraverso un sistema sono *sempre* da collegare a correnti di almeno un'altra grandezza estensiva, anch'essa soggetta ad una propria relazione di bilancio: *l'energia non fluisce cioè mai da sola*. Per esplicitare questo fatto le grandezze che fluiscono unitamente all'energia vengono anche chiamate *portatori di energia* [30]. A queste ultime è sempre associata una grandezza intensiva (potenziale generalizzato) che indica la quantità di energia che fluisce per unità di portatore. Per i fenomeni conduttivi, ad esempio, sono proprio le differenze di potenziale a costituire la spinta motrice per la corrente della relativa grandezza estensiva. A livello formale, per descrivere il comportamento di un determinato sistema, è utile riferirsi alla cosiddetta *forma fondamentale* di Gibbs per l'energia:

$$dE = T \cdot dS - p \cdot dV + \mu \cdot dn + \varphi \cdot dQ + \mathbf{v} \cdot d\mathbf{p} + \dots$$

In sostanza questa equazione ci dice che l'energia totale di un sistema può essere variata in più modi: variandone l'entropia (S), il volume (V), la quantità di sostanza (n), la quantità di carica elettrica (Q), la quantità di moto (\mathbf{p}), ecc. Interessante notare e sottolineare come il formalismo proposto, basato essenzialmente sulle relazioni di bilancio, permetta di cogliere numerose analogie tra i diversi campi della fisica⁸. Uno sguardo d'insieme viene proposto nella tabella 1.

Un'osservazione particolare merita l'ultima colonna della tabella, quella dedicata alla descrizione degli scambi di energia. Si può notare come una variazione

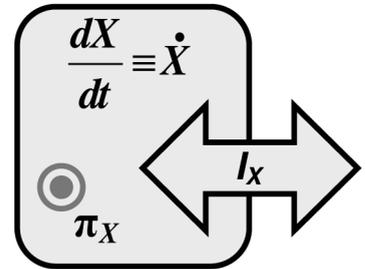


Figura 1. Gli elementi costitutivi della legge di bilancio: la variazione istantanea della grandezza X all'interno della regione di spazio considerata dipende sia dall'intensità della corrente associata agli scambi con l'esterno I_X , sia dal tasso di produzione interna π_X .

Campo	Grandezza estensiva	Grandezza intensiva	Corrente associata	Trasporto di energia	Scambi di energia
Idraulica	Volume d'acqua V	Pressione p	Corrente d'acqua I_V	$I_E = I_V \cdot p$	$\mathcal{P} = I_V \cdot \Delta p$
Elettricità	Carica elettrica Q	Potenziale elettrico φ	Corrente elettrica I_Q	$I_E = I_Q \cdot \varphi$	$\mathcal{P} = I_Q \cdot \Delta \varphi$
Meccanica (traslazioni)	Quantità di moto p_x (una dimensione)	Velocità v_x	Corrente meccanica I_{p_x} (o forza F)	$I_E = I_{p_x} \cdot v_x$	$\mathcal{P} = I_{p_x} \cdot \Delta v_x$
Termologia	Entropia S	Temperatura assoluta T	Corrente d'entropia I_S	$I_E = I_S \cdot T$	$\mathcal{P} = I_S \cdot \Delta T$
Chimica	Quantità di sostanza n	Potenziale chimico μ	Corrente chimica I_n	$I_E = I_n \cdot \mu$	$\mathcal{P} = I_n \cdot \Delta \mu$

Tabella 1. Uno sguardo d'assieme ai vari campi: per ciascuno vengono indicate di volta in volta le grandezze estensive ed intensive caratteristiche nonché la loro relazione con l'energia.

di potenziale sia sempre alla base di un trasferimento di energia da un portatore ad un altro⁹: la potenza \mathcal{P} rappresenta istante per istante la quantità di energia che, nel processo considerato, cambia di portatore.

In questo modo, più che a bilanci relativi a intervalli di tempo finiti, questo approccio pone l'accento sulle relazioni di bilancio *istantanee*: da un punto di vista didattico è interessante notare come ciò permetta allo studente di utilizzare i vari concetti per descrivere almeno verbalmente l'evoluzione temporale¹⁰ dei fenomeni che osserva, riconoscendo di volta in volta quali sono le grandezze fisiche che prendono parte al processo considerato nonché le cause e gli effetti delle loro variazioni. Da un punto di vista più formale questo approccio consente in un primo tempo di delineare una descrizione per la dinamica qualitativa dei fenomeni osservati e costituisce in un secondo tempo una solida base su cui innestare una descrizione più completa dell'evoluzione temporale dei processi¹¹.

Il seguito del presente lavoro è dedicato ad una rilettura dei primi due principi della termodinamica alla luce della relazione di bilancio istantanea. Seguono alcune esemplificazioni relative alla descrizione delle macchine termiche.

Il primo principio della termodinamica

Il *primo principio* della termodinamica può essere letto come l'espressione della relazione di bilancio istantaneo dell'energia e come tale assume la seguente forma:

$$\dot{E} = \sum_j I_{E_j} \quad (\pi_E = 0) .$$

Questa relazione ci dice che il tasso istantaneo di variazione del contenuto di energia di un sistema può essere espresso come somma di tutti gli scambi istantanei di energia tra il sistema e l'ambiente.

La formulazione classica del *primo principio* (bilancio per l'energia del sistema relativo ad un intervallo finito di tempo per un sistema chiuso) attraverso l'usuale relazione¹²

$$\Delta U_{\text{st}} = Q' + L'$$

tende invece a celare, dietro ai concetti di *calore* e di *lavoro*, l'espressione del bilancio: invece di porre l'accento sulle grandezze estensive che, con le loro corren-

ti, contribuiscono a far variare il contenuto di energia del sistema, si pone l'accento sulle cosiddette modalità di trasferimento per l'energia. A questo riguardo si sottolinea come il calore *non* è una forma di energia (quindi esso in particolare non può venir immagazzinato, cioè *non* è mai *contenuto* in un sistema), ma rappresenta una modalità di trasferimento di energia che *deriva da una differenza di temperatura tra il sistema e ciò che lo circonda* [31]. La quantità di calore scambiata risulta così una grandezza di processo, il cui valore dipende dalle modalità con le quali il processo viene realizzato (e non, come per le grandezze di stato, unicamente dallo stato iniziale e da quello finale del sistema considerato). Le conseguenze di tale approccio, da un punto di vista didattico, non sono di poco conto: poiché il calore non è una grandezza che può essere immagazzinata, risulta ad esempio errato affermare che, quando un sistema riceve calore, il suo contenuto di calore aumenta, fatto questo assai controintuitivo e fonte di non poche difficoltà per gli studenti¹³.

Il secondo principio della termodinamica

All'interno del quadro qui proposto, il *secondo principio* della termodinamica può essere letto come l'espressione della relazione di bilancio istantanea per l'entropia e come tale può assumere la seguente espressione:

$$\dot{S} = I_s + \pi_s \quad (\pi_s \geq 0) .$$

L'essenza fondamentale del secondo principio può quindi essere ricondotta al fatto che *l'entropia può essere prodotta ma non distrutta*. Questo fatto permette di affrontare direttamente tutte le problematiche relative alla prestazione delle macchine termiche e al concetto di reversibilità. Affermare che l'entropia non può essere distrutta equivale ad affermare che ogni processo che implica produzione di entropia debba per forza di cose ritenersi irreversibile: solo i processi in cui non si ha produzione di entropia possono essere considerati reversibili. D'altro canto una macchina ideale deve evitare qualsiasi produzione di entropia, poiché tale produzione necessita in modo ineludibile di una certa quantità di energia che non potrà più quindi essere associata ad altre grandezze estensive.

In questo contesto è interessante notare come le formulazioni del secondo principio che non fanno esplicito e diretto riferimento al concetto di entropia siano alquanto macchinose e limitate a situazioni particolari pur essendo fondamentalmente riconducibili ad una relazione di bilancio. A titolo esemplificativo

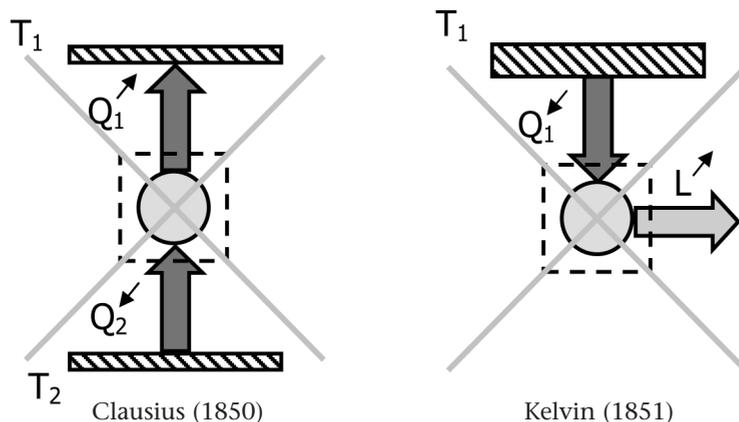


Figura 2 - Raffigurazione schematica degli enunciati di Clausius e di Kelvin del II principio della termodinamica.

riportiamo le formulazioni di Kelvin e di Clausius (nella versione di D. Halliday e R. Resnick [33]¹⁴): secondo la formulazione di Clausius (1850) è **impossibile** che una macchina ciclica produca come **unico** risultato un trasferimento continuo di calore da un corpo ad un altro che si trova a temperatura più elevata; mentre secondo quella di Kelvin (1851) è **impossibile** una trasformazione ciclica il cui **unico** risultato finale sia di trasformare in lavoro del calore preso ad una sorgente che si trova tutta alla stessa temperatura.

Un'altra modalità per esprimere matematicamente il secondo principio della termodinamica è costituita dalla seguente espressione che sta alla base della definizione "classica" di entropia:

$$\oint \frac{\delta Q_{rev}}{T} \leq 0.$$

In questo caso è interessante notare, sempre da un punto di vista didattico, come una grandezza preposta alla razionalizzazione dell'irreversibilità (l'entropia) debba venir definita e introdotta prendendo in considerazione processi reversibili [25].

Un confronto tra due possibili descrizioni delle macchine termiche

La descrizione delle macchine termiche ben si presta a porre in risalto i vantaggi non solo didattici della formulazione dei due principi della termodinamica, facendo esplicito riferimento alle relazioni di bilancio e in particolare al fatto che l'energia non fluisce mai da sola.

Nella figura seguente (Fig. 3) sono schematizzate due macchine termiche che si suppone, qui come nel seguito, lavorino a regime stazionario. Nel caso di sinistra la relazione di bilancio relativa al flusso dell'energia attraverso la macchina (simbolicamente raffigurata dal cerchio al centro del disegno) è esplicitata facendo riferimento alle modalità di trasferimento dell'energia (calore e lavoro). Nel caso di destra invece la stessa situazione è descritta utilizzando, oltre alle correnti di energia, anche le correnti dei rispettivi portatori di energia: il modello assunto mette in evidenza il fatto che qualsiasi flusso di energia è sempre accompagnato dal flusso di una o più altre grandezze estensive.

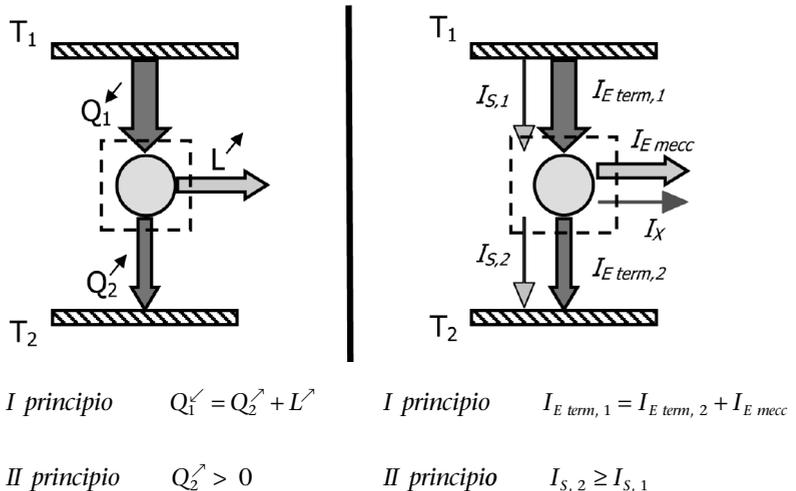


Figura 3. Rappresentazione schematica del funzionamento di una macchina termica: a sinistra sono rappresentati gli scambi energetici con l'esterno (bilancio in forma istantanea), a destra sono indicati anche i flussi dei rispettivi portatori (bilancio in forma integrata), dove a seconda delle situazioni X sta per quantità di moto o momento angolare). Per una rappresentazione più completa si veda la schematizzazione proposta in figura 4.

Per renderci conto delle differenze sul piano didattico tra queste due descrizioni vogliamo esaminare alcuni aspetti specifici legati al funzionamento delle macchine termiche (motori). Consideriamo a questo scopo i seguenti interrogativi:

- perché una macchina termica per funzionare deve disporre di un sistema di raffreddamento?
- esiste un limite massimo, prevedibile teoricamente, per il rendimento di una macchina termica?
- qual è il legame tra il rendimento di una macchina termica (motore) e la reversibilità (o l'irreversibilità) dei processi da essa impiegati?

Prima domanda: perché una macchina termica per funzionare deve disporre di un sistema di raffreddamento?

Questa domanda equivale a chiedersi, nella schematizzazione di *sinistra* (Fig. 3), perché la quantità di calore Q_2 ceduta al serbatoio freddo deve per forza di cose essere maggiore di zero.

La risposta sta nella formulazione del II principio secondo Kelvin: è **impossibile** una trasformazione ciclica il cui **unico** risultato finale sia di trasformare in lavoro del calore preso ad una sorgente che si trova tutta alla stessa temperatura.

L'insieme delle osservazioni sperimentali viene condensato in un'affermazione che viene elevata a rango di principio.

Seconda domanda: esiste un limite massimo, prevedibile teoricamente, per il rendimento di una macchina termica?

Questa domanda equivale a chiedersi, nella schematizzazione di *sinistra* (Fig. 3), cosa è possibile affermare

circa il rapporto $\frac{L^\curvearrowright}{Q_1^\curvearrowright}$.

Un po' di algebra e l'utilizzo delle relazioni espresse nei due principi permette di giungere ad una risposta:

$$\eta_{rev} = \frac{L^\curvearrowright}{Q_1^\curvearrowright} = \frac{Q_1^\curvearrowright - Q_2^\curvearrowright}{Q_1^\curvearrowright} = 1 - \frac{Q_2^\curvearrowright}{Q_1^\curvearrowright} = 1 - \frac{T_2}{T_1} < 1$$

Il primo principio ci permette infatti di dire:

$$L^\curvearrowright = Q_1^\curvearrowright - Q_2^\curvearrowright.$$

mentre il secondo principio, nel caso

Questa domanda equivale a chiedersi, nella schematizzazione di *destra* (Fig. 3), perché $I_{E\text{ term}, 2}$ deve per forza essere maggiore di zero.

Ciò è una conseguenza diretta delle proprietà dell'entropia: infatti l'entropia può essere prodotta ma *non* distrutta. Qualsiasi macchina termica deve pertanto evacuare (almeno) l'entropia che preleva dal serbatoio caldo. Una parte dell'energia prelevata alla temperatura T_1 deve quindi essere ceduta al serbatoio a temperatura T_2 più bassa. Nella situazione ottimale non vi è produzione alcuna di entropia e $I_{S,2}$ sarà uguale a $I_{S,1}$.

Questa domanda equivale a chiedersi, nella schematizzazione di *destra* (Fig. 3), cosa è possibile affermare circa

il rapporto $\frac{I_{E\text{ mecc}}}{I_{E\text{ term},1}}$.

Un po' di algebra e l'utilizzo delle relazioni espresse nei due principi permetterà di giungere ad una risposta:

$$\begin{aligned} \eta_{rev} &= \frac{I_{E\text{ mecc}}}{I_{E\text{ term},1}} = \frac{I_{E\text{ term},1} - I_{E\text{ term},2}}{I_{E\text{ term},1}} = \\ &= \frac{T_1 \cdot I_{S,1} - T_2 \cdot I_{S,2}}{T_1 \cdot I_{S,1}} = \frac{T_1 - T_2}{T_1} = 1 - \frac{T_2}{T_1} < 1 \end{aligned}$$

Il primo principio ci permette infatti di dire:

una *macchina termica reversibile* (ciclo di Carnot), ci permette di scrivere:

$$\oint \frac{\delta Q_{rev}}{T} = \frac{Q_1^{\leftarrow}}{T_1} - \frac{Q_2^{\rightarrow}}{T_2} = 0$$

e quindi

$$\frac{Q_2^{\rightarrow}}{Q_1^{\leftarrow}} = \frac{T_2}{T_1}.$$

Anche se la descrizione formale data sopra appare largamente comune, è opportuno osservare che la colonna di *destra* contiene in sé in modo esplicito tutti gli elementi concettuali necessari, mentre quella di *sinistra*, richiedendo l'utilizzo esplicito della proprietà dell'integrale della quantità Q/T di annullarsi lungo un ciclo reversibile, necessita di un lungo lavoro di preparazione: solitamente essa è infatti ricavata dall'esame dettagliato del ciclo di Carnot per il gas ideale, richiedendo quindi direttamente la manipolazione degli aspetti energetici relativi alle trasformazioni isoterme e adiabatiche reversibili. Ciò si ripercuote non solo nei tempi richiesti per la presentazione, ma soprattutto nell'ampiezza dello strumentario concettuale impiegato nella colonna di sinistra e che deve essere costruito *ad hoc*.

Terza domanda: qual è il legame tra il rendimento di una macchina termica (motore) e la reversibilità (o l'irreversibilità) dei processi da essa impiegati?

Rispondendo alla domanda precedente già abbiamo constatato che anche nel caso reversibile il rendimento del motore termico non può mai essere del 100%. Si tratta ora di vedere come l'irreversibilità della trasformazione considerata influenzi il rendimento effettivo.

Dopo aver introdotto l'entropia come funzione di stato termodinamica nel senso di Clausius, la grandezza discriminante per valutare la reversibilità o l'irreversibilità di un processo è

$$\Delta S_{universo} \geq 0,$$

mentre le informazioni sul rendimento di una macchina termica qualsiasi sono fornite dal cosiddetto *teorema di Carnot* (qui nella formulazione di Haldiday e Resnick [Hall, 1984]): *il rendimento di tutte le macchine reversibili che operano tra due stesse temperature è il medesimo e nessuna macchina irreversibile che lavori tra le stesse temperature può avere un rendimento maggiore*¹⁵.

In simboli: $\eta_X \leq \eta_{rev} = \frac{T_1 - T_2}{T_1}$, dove η_X è il rendimento di una macchina termica X qualsiasi e il segno di uguaglianza vale se e solo se anche X è una macchina termica che opera in modo reversibile.

$$I_{E\ mecc} = I_{E\ term,1} - I_{E\ term,2}$$

dove $I_{E\ term,1} = T_1 I_{S,1}$ e $I_{E\ term,2} = T_2 I_{S,2}$,

mentre il secondo principio, nel caso di una macchina termica reversibile ($\pi_S = 0$), ci permette di scrivere:

$$I_{S,2} = I_{S,1}.$$

Se la macchina termica impiega una trasformazione ciclica (anche parzialmente) irreversibile, ciò significa che viene prodotta entropia:

$$\pi_S \geq 0.$$

Dato che nella macchina *non* ne viene accumulata, questa entropia deve essere ceduta all'ambiente, ossia l'intensità della corrente in uscita sarà maggiore di quella in entrata:

$$I_{S,2} = I_{S,1} + \pi_S \geq I_{S,1}.$$

In queste condizioni, per il rendimento si ottiene immediatamente:

$$\begin{aligned} \eta_X &= \frac{I_{E\ mecc}}{I_{E\ term,1}} = \frac{I_{E\ term,1} - I_{E\ term,2}}{I_{E\ term,1}} = \\ &= \frac{T_1 \cdot I_{S,1} - T_2 \cdot I_{S,2}}{T_1 \cdot I_{S,1}} < \frac{T_1 - T_2}{T_1} = \eta_{rev}. \end{aligned}$$

Ossia: quando il processo in questione è irreversibile, il rendimento della macchina termica diminuisce. Così, in questo formalismo, il *teorema*

La relazione esplicita fra queste due affermazioni non è di immediata conquista, soprattutto per il fatto che il rapporto Q/T è in relazione con la variazione di entropia *unicamente* quando il processo in questione è reversibile. Una procedura usuale per mostrare la relazione consiste allora nel considerare un pseudo-ciclo di Carnot (quindi con un rendimento sicuramente inferiore a quello ideale), in cui l'espansione isoterma viene sostituita da un'espansione libera. Ricordando che l'entropia S è una funzione di stato, vale ancora che la variazione dell'entropia della macchina ciclica è nulla, mentre nell'ambiente esterno vi è certamente un aumento di entropia poiché nella compressione isoterma la macchina cede calore all'ambiente. Allora effettivamente

$$\Delta S_{universo} = \Delta S_{macchina} + \Delta S_{ambiente} > 0.$$

di Carnot viene ottenuto quasi automaticamente e il suo significato fisico è del tutto trasparente.

La descrizione della colonna di destra permette di constatare che, nel caso di un processo irreversibile (cioè nel caso in cui la macchina produca entropia), la prestazione della macchina diminuisce: tale situazione è raffigurata nella figura sottostante (Fig. 4), usando una schematizzazione un po' differente per meglio evidenziare il ruolo delle correnti di energia, dei portatori (in questo caso entropia e quantità di moto) e delle rispettive differenze di potenziale (temperatura e velocità).

Questo genere di schematizzazione in effetti consente non solo di rappresentare il bilancio complessivo per l'energia (rispetto agli scambi del sistema con l'esterno), ma permette anche di mettere in evidenza qual è il "percorso" dell'energia nell'ambito del processo considerato: nel nostro esempio la potenza termica

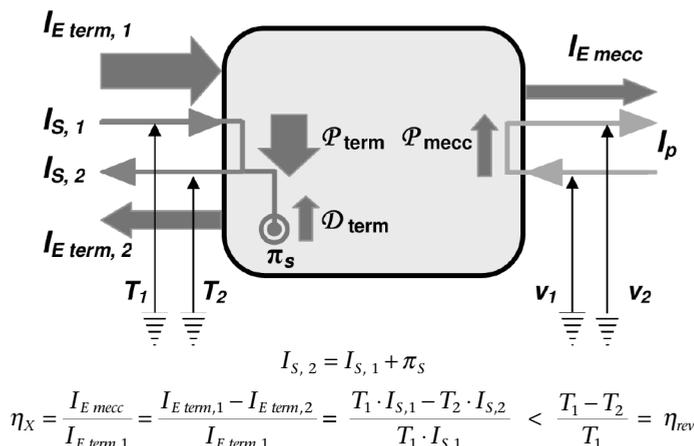


Figura 4. Rappresentazione del funzionamento di una macchina termica irreversibile: l'espressione per il rendimento viene ricavata sulla base dei vari flussi e delle loro relazioni.

($\mathcal{P}_{\text{term}}$) che si rende disponibile per il fatto che una certa quantità di entropia passa dalla temperatura T_1 alla temperatura T_2 viene in parte caricata sul portatore meccanico ($\mathcal{P}_{\text{mecc}}$) (e resa così fruibile all'esterno) e in parte dissipata nel processo di produzione di entropia ($\mathcal{D}_{\text{term}}$) che avviene all'interno del motore. Così la relazione

$$\mathcal{P}_{\text{term}} = \mathcal{P}_{\text{mecc}} + \mathcal{D}_{\text{term}}$$

può essere letta come l'espressione del bilancio *interno* istantaneo per l'energia, che ci dà informazioni su come l'energia che si rende disponibile nel processo viene ridistribuita sui vari portatori.

In particolare risulta interessante analizzare e mettere a confronto i due casi limite: da una parte il processo perfettamente reversibile, in cui tutta l'energia disponibile viene caricata su di un portatore in modo che essa possa essere fruibile all'esterno a piacere, come nel caso del motore termico ideale¹⁶; dall'altra il processo totalmente irreversibile, in cui la realizzazione del processo è tale da non consentire nessun accoppiamento con un portatore meccanico o elettrico. Di conseguenza tutta l'energia che si rende disponibile per via del salto di temperatura viene allora dissipata nella produzione di entropia, di modo che il processo in questione risulta essere nella sostanza indistinguibile da un caso di conduzione termica.

Conclusioni

L'esplicita utilizzazione delle *relazioni di bilancio* e soprattutto del concetto di *entropia* favoriscono realmente una migliore comprensione dei due principi della termodinamica?

Per quanto riguarda gli autori del presente contributo, l'esperienza non lascia adito a dubbi, sia a livello personale, sia sulla base di quanto è stato finora possibile osservare in alcune classi liceali o in occasione di incontri con alcuni colleghi insegnanti. Siamo consapevoli della complessità dell'intervento proposto e di trovarci solo all'inizio di un percorso di rinnovamento; ci auguriamo che questo nostro contributo possa essere recepito come stimolo per nuove riflessioni e per la preparazione di nuovi percorsi e materiali.

Per quanto riguarda l'impatto dell'introduzione precoce dell'entropia, uno studio mirato ha messo in luce risultati soddisfacenti [34]: le competenze specifiche relative ai temi di termodinamica di studenti che hanno seguito questo tipo di formazione sono significativamente migliori di quelle dei loro colleghi che hanno seguito un insegnamento tradizionale¹⁷.

Infine, nel quadro più ampio di un rinnovamento dell'insegnamento scientifico, l'approccio presentato risponde ai requisiti di essenzializzazione dei contenuti e di ammodernamento degli strumenti concettuali impiegati: in particolare attraverso le analogie e le relazioni di bilancio è possibile mettere in evidenza e utilizzare la struttura unitaria soggiacente alle leggi naturali. Con ciò viene dato anche un contributo concreto al superamento delle barriere esistenti tra le varie discipline.

Riferimenti bibliografici

- [1] A. GIORDAN, *Une autre école pour nos enfants?*, Delagrave, Paris (2002).
- [2] T. BINDEL, "Teaching Entropy Analysis in the First-Year High School Course and Beyond", *J. Chem. Educ.*, 81, 1585-1594 (2004).

- [3] W. SALM, *Entropie und Information – Naturwissenschaftliche Schlüsselbegriffe*, Aulis Deubner, Köln (2002).
- [4] A. STAHL, "Die Ökologie als Fundgrube für Anwendungen des Entropiegesetzes", *Praxis der Naturwissenschaften - Physik*, 8/46, 21-27 (1997).
- [5] P. ATKINS, *The Second Law*, Scientific American Books Inc. N.Y. (1984); traduzione italiana: *Il secondo principio*, Zanichelli, Bologna (1988).
- [6] P. ATKINS, *Il dito di Galileo – Le dieci grandi idee della scienza*, Cortina, Milano, 140-171 (2004).
- [7] A. ARONS, *Guida all'insegnamento della Fisica*, Zanichelli, Bologna (1992).
- [8] A. ARONS, "Development of energy concept in introductory physics courses", *Am. J. Phys.*, 67, 1063-1067 (1999).
- [9] A. TIBERGHEN, "Energy teaching at high school level: a challenge?", Proceedings of the 1995 GI-REP Conference in Udine "Teaching the Science of condensed Matter and new Materials", (ed. M. Michellini et al.), 95-105, Forum, Udine (1996).
- [10] M. BADER, H. WIENSNER, "Einführung in die mechanische Energie und Wärmelehre" (Das Münchener Unterrichtskonzept), *Physik in der Schule*, 37, 363-367 (1999); www.physik.uni-muenchen.de/didaktik/U_materialien/sammlung.htm.
- [11] L. BORGHI, A. DE AMBROSIS, P. MASCHERETTI, *Le forme dell'energia interna*, Università di Pavia, 2002 (progetto SeCiF), <http://fiscavolta.unipv.it/didattica/>.
- [12] R. LAWSON, L. McDERMOTT, "Student understanding of work-energy and impulse-momentum theorems", *Am. J. Phys.*, 55, 811-817 (1987).
- [13] P. JASIEN, G. OBEREM, "Understanding of elementary Concepts in Heat and Temperature among College Students and K-12 Teachers", *J. Chem. Ed.*, 79, 889-895 (2002).
- [14] G. JOB, T. LANKAU, "How harmful is the first law?", *Ann. N.Y. Acad. Sci.* 988, 171-181 (2003).
- [15] M. GRANVILLE, "Student misconceptions in thermodynamics", *J. Chem. Educ.*, 62, 847-848 (1985).
- [16] M. VICENTINI MISSONI, *Dal calore all'entropia*, La Nuova Italia Scientifica, Roma (1992).
- [17] R. BAIERLEIN, "Entropy and the second law: A pedagogical alternative", *Am. J. Phys.*, 62, 15-26 (1994).
- [18] J. FERBAR, "Irresistibility of irreversibility", *Proceeding of the 1996 GIREP Conference Ljubljana "New Ways of teaching Physics"*, (ed. S. Oblak et al.), 151-161 (1996).
- [19] G. MARX (edited by), *Entropy in the School*, Proceedings of the 6th Danube Seminar on Physics Education, R. Eötvös Physical Society, Budapest (1983).
- [20] F. HERRMANN, *Der Karlsruher Physikkurs*, Aulis, Köln (1995); per la traduzione italiana si veda <http://www.physikdidaktik.uni-karlsruhe.de/>.
- [21] G. JOB, *Neudarstellung der Wärmelehre*, Akademische Verlagsgesellschaft, Frankfurt am Main, (1972).
- [22] G. FALK, W. RUPPEL, *Energie und Entropie*, Springer, Berlin (1976).
- [23] F. HERRMANN, *Thermodynamik, Der Karlsruher Physikkurs für die Sek. II*, vol. 2, Aulis, Köln (2000); (traduzione italiana in preparazione).
- [24] F. HERRMANN, "The Karlsruhe Physics Course", *Eur. J. Phys.*, 21, 49-58 (2000).
- [25] J. LEISEN, *Energie und Entropie*, Pädagogisches Zentrum Rheinland-Pfalz, (1999); <http://www.uni-koblenz.de/~odsleis/lehrplan-physik/handreichungentropie.pdf>.
- [26] D. PLAPPERT, "Kumulatives Lernen – die Bildung des Entropiebegriffs in der Sekundarstufe I", *Praxis der Naturwissenschaften - Physik*, 4/53, 14-25 (2004).
- [27] H.U. FUCHS, *The Dynamics of Heat*, Springer, New York (1996).
- [28] H.U. FUCHS, "A surrealist tale of electricity", *Am. J. Phys.*, 54, 907-909 (1986).
- [29] C. AGNES, M. D'ANNA, F. HERRMANN, P. PIANEZZI, "Un Atto di Fisica o l'Entropia Giocosa", Atti XLI Congresso AIF (Casarano), 34-43 (2002).
- [30] G. FALK, F. HERRMANN, B. SCHMID, "Energy forms or energy carriers?", *Am. J. Phys.*, 51, 1074 – 1077 (1983) (traduzione italiana: "Diverse forme di energia o portatori di energia?", *LFNS*, XII, 4, 169-172 (1989)).
- [31] D.A. McQUARRIE, J.D. SIMON, *Chimica fisica – Un approccio molecolare*, Zanichelli, Bologna, 644 (2002).
- [32] G. ARRIGO, M. D'ANNA, "La modellizzazione come terreno d'incontro tra fisica e matematica: esperienza didattica nell'opzione specifica FAM", *Bollettino dei docenti di matematica*, 49, 91-94 (2004).
- [33] D. HALLIDAY, R. RESNICK, *Fondamenti di fisica*, Zanichelli, Bologna vol. 2, 408 (1990).
- [34] E. STARAUSCHEK, *Physikunterricht nach dem Karlsruher Physikkurs – Ergebnisse einer Evaluationsstudie*, capitoli 9 e 12; Logos, Berlin (2001).

Note

¹ Per quanto riguarda il Canton Ticino, da ricordare il documento *L'energia nel corso di base delle scienze sperimentali del liceo: riflessioni e proposte* elaborato, nella primavera 2003 dall'apposito Gruppo per il coordinamento degli insegnamenti di biologia, chimica e fisica e approvato dall'UIMS/DECS.

² Per una connotazione del concetto si veda per esempio il capitolo *Contre le savoir en miettes: les concepts organisateurs* in [1].

³ Questa proposta didattica nasce nel solco dei lavori di G. Job [21] e di G. Falk e W. Ruppel [22] ed è stata sviluppata nel contesto del *Karlsruher Physikkurs* [20], un corso completo destinato alle prime classi dei licei tedeschi; una presentazione ad un livello più avanzato può essere trovata nel tomo *Thermodynamik* destinato a studenti degli ultimi anni della secondaria superiore [23]. Per una descrizione generale si veda [24].

⁴ Questa impostazione è stata ripresa e sviluppata da vari autori in diversi contesti: per un approfondimento di carattere pedagogico-didattico si veda ad esempio il documento elaborato dallo *Staatliches Studienseminar für das Lehramt an Gymnasien* di Koblenz a cura di J. Leisen [25]; per un'analisi del processo di strutturazione cognitivo relativo all'introduzione dell'entropia si veda il testo *Kumulatives Lernen - Die Bildung des Entropie-Begriffs in der Sekundarstufe I* [26]; per uno sviluppo coerente e completo della termodinamica si vedano il testo di G. Job *Neudarstellung der Wärmelehre* [21] nonché il testo di H. U. Fuchs *The Dynamics of Heat* [27].

⁵ Per quanto curioso ed accademico ciò possa sembrare, occorre osservare che un tale esercizio può effettivamente essere sviluppato: per eventuali interessati segnaliamo il lavoro di H.U. Fuchs *A surrealistic tale of electricity* [28].

⁶ L'originale tedesco fa uso dell'intraducibile "mengenartige Grösse", mentre nella letteratura in inglese viene impiegato il più ... latino "substance-like model".

⁷ La parte relativa all'introduzione delle proprietà qui menzionate si trova nei capitoli 10 - 12 del vol. 1 del corso KPK [20]; negli atti del XLI Congresso AIF 2002 di Casarano se ne trova una trasposizione in forma teatrale: *Un Atto di Fisica o l'Entropia Giocosa* [29].

⁸ Una descrizione dei fenomeni naturali incentrata sulle relazioni di bilancio richiede l'utilizzo di grandezze fisiche adatte allo scopo. In tale contesto l'entropia (S) e il potenziale chimico (μ) risultano giocare un ruolo fondamentale: purtroppo però, per ragioni storiche, l'entropia e soprattutto il potenziale chimico sono a tutt'oggi ancora praticamente assenti nella quasi totalità dei testi dei corsi introduttivi di scienze naturali.

⁹ Questa descrizione semplificata è valida in particolare per i trasferimenti in cui la differenza di potenziale rappresenta la *spinta motrice* per la corrente della grandezza estensiva coniugata.

¹⁰ È interessante notare come negli attuali libri di testo venga dedicato poco spazio alla descrizione dell'evoluzione temporale dei vari sistemi studiati. Da un'analisi effettuata da P. Bützer (ASP San Gallo, comunicazione personale) risulta ad esempio che nei testi di chimica a questo tipo di descrizione non vengono dedicate più del 5% del totale delle pagine!

¹¹ Nel secondo biennio liceale ciò può essere realizzato sia con l'introduzione alla modellizzazione dinamica attraverso l'utilizzo di algoritmi numerici oggi facilmente disponibili in forme particolarmente interessanti [32], sia attraverso l'introduzione all'impiego delle equazioni differenziali.

¹² Nei libri di testo e nella letteratura scientifica il significato attribuito al simbolo L non è uniforme: in taluni casi rappresenta il lavoro compiuto dall'esterno sul sistema, in altri il lavoro compiuto dal sistema verso l'esterno: il segno algebrico che lo accompagna nell'espressione del primo principio sarà quindi un "+" nel primo caso, un "-" nel secondo. La nostra scelta - di per sé chiaramente in favore della prima soluzione - è di esplicitare che si tratta di energia che entra nel sistema attraverso la freccia obliqua. Chiaramente vale $L' = -L$.

¹³ È interessante notare che, volendo restare unicamente sul piano dell'energia, per descrivere gli effetti del trasporto di calore da un sistema ad un altro occorre introdurre un nuovo concetto: la formulazione corretta, per un trasferimento che avviene a pressione costante, è infatti la seguente: "Quando forniamo calore ad un sistema, la sua *entalpia* H aumenta".

¹⁴ Osserviamo con un certo stupore che nell'edizione italiana più recente di questo autorevole testo (firmata oltre che dai due autori iniziali anche da J. Walker) le formulazioni "storiche" di Clausius e Kelvin non sono più presentate e discusse in modo esplicito.

¹⁵ La dimostrazione non è immediata e viene solitamente condotta per assurdo: ipotizzando la violazione della disuguaglianza, si mostra allora che si ottiene una macchina termica che viola la formulazione di Kelvin del II principio.

¹⁶ Come è stato discusso precedentemente, questo *non* significa che il rendimento η_{rev} del motore reversibile sia del 100%, ma testimonia unicamente del fatto che nel processo impiegato non vi è produzione di entropia.

¹⁷ Da notare che per poter somministrare ai due gruppi un questionario comune, è stato necessario proporre a tutti e due i gruppi quesiti relativi ad ambiti tradizionali e formulati con la terminologia classica.